



倒來倒去—  
有趣的倒水問題  
之探討與研究

# 研究動機

有一天，我正在看數學漫畫，突然看到一個很奇怪的題目：小明有一個四公升的杯子和一個七公升的杯子，還有一個容積一百公升的水缸，並且裝滿水，如何量出一公升的水？當時我覺得這個問題很有趣，卻不知怎麼算出答案？於是便開始查詢資料，想要尋求其中的奧妙。

# 研究問題

1. 倒水的情況，是否可以應用輾轉相除法求出答案呢？

# 研究問題

2. 倒水容器公升數與最大公因數之間是否有關係？

# 研究問題

3. 倒水問題要怎樣算比較快？

# 研究內容

一、 $b-a=1$ ， $a$ 、 $b$  有什麼關係？（ $a$ 、 $b$  是自然數且  $a$ 、 $b \leq 10$ ）

1.  $a$ 、 $b$  的和是由 (1) 是 5，再來 (2) 是 7，(3) 是 9...，所以是  $+2+2+2+2$  的規律。

2.  $a$ 、 $b$  的差是由 (1) 從是 1，再來 (2) 也是 1，(3) 是也 1...，所以差都是 1。

二、 $a+a-b=1$ ， $a$ 、 $b$ 有什麼關係？（ $a$ 、 $b$ 是自然數且 $a$ 、 $b \leq 10$ ）

1.  $a$ 、 $b$ 的和是由(1)從是5，再來(2)是8，(3)是11...，所以 $+3+3+3+3$ 的規律。

2.  $a$ 、 $b$ 的差是由(1)從是1，再來(2)是2，(3)是3...，所以 $+1+1+1+1$ 的規律。



三、 $a+a+a-b-b=1$ ， $a$ 、 $b$ 有什麼關係？（ $a$ 、 $b$ 是自然數且 $a$ 、 $b \leq 10$ ）

1.  $a$ 、 $b$ 的和是由(1)從是7，再來(2)是12，(3)是17...，所以是+5+5+5+5的規律。

2.  $a$ 、 $b$ 的差是由(1)從是1，再來(2)是2，(3)是3...，所以是+1+1+1+1的規律。

# 結論

1. 輾轉相除法與倒水問題會這麼相似，就是因為倒水問題在互相把水倒去另一邊時，就如同輾轉相除法大數減去小數直到小數小於餘數，小數再去減掉餘數，一直到剩下1的過程。

# 結論

2. 輾轉相除法的主要目的是為了求出兩數的最大公因數，所以如果兩個杯子的公升數之最大公因數是1，就可以倒出1公升的水。

# 結論

3. 運用輾轉相除法，  
可以知道結論二，  
那麼如果要求兩公  
升的水，只需要找  
出兩個杯子的公升  
數之最大公因數是2，  
或者兩個杯子的公  
升數之最大公因數  
小於2，都可以倒出  
兩公升。

# 心得與收穫

1. 學習到如何做訂定主題、如何針對主題做資料蒐集。

# 心得與收穫

2. 學習到如何訂立進度時間表。

# 心得與收穫

3. 學習到當組員遇到在意見不一的時候，如何與他人溝通。

# 心得與收穫

4. 學習到如何分配時間，完成當週的計畫。



# 未來與展望

1. 利用10以上的數字進一步地解決問題。
2. 使用電腦軟體增快運算的速度。

# 參考文獻

1. 藍紀正、朱恩寬譯（2002年）《歐幾里得·幾何原本》，台北市：九章出版社。
2. 洪萬生（2006年）《數之起源》，台北市：台灣商務印書館。
3. 洪萬生（2006年）《此零非彼0》，台北市：台灣商務印書館。
4. 吳文俊主編（2003年）《世界著名數學家傳記》（上集），中國北京：科學出版社。

5. 梁宗巨（1995 年）《數學歷史典故》，台北市：九章出版社。

6. 李繼閔（1998 年）《九章算術 導讀與譯注》，中國西安：陝西科學技術出版社。

7. 葉嘉慧·馮振業（2003 年）〈最大公因數和最小公倍數：以線段表示開創教學空間〉，《數學教育》第十七期，香港：香港數學教育學會出版。

8. 袁小明主編（1999 年）《數學伴教——名師授課手記》，台北市：九章出版社。

9. 歐陽絳編著（2002 年）《數學軼事》，台北市：九章出版社。

10. 蔡聰明（2000 年）《數學的發現趣談》，台北市：三民書局。

11. 余文卿主編（2003 年）《數學 1》92 學年度樣書，台北市：龍騰文化。



**THANK FOR  
WATCHING**