

# 海洋保衛戰

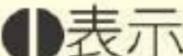
分析大小戰艦擺在海戰棋棋盤的最高分數

# 一、動機

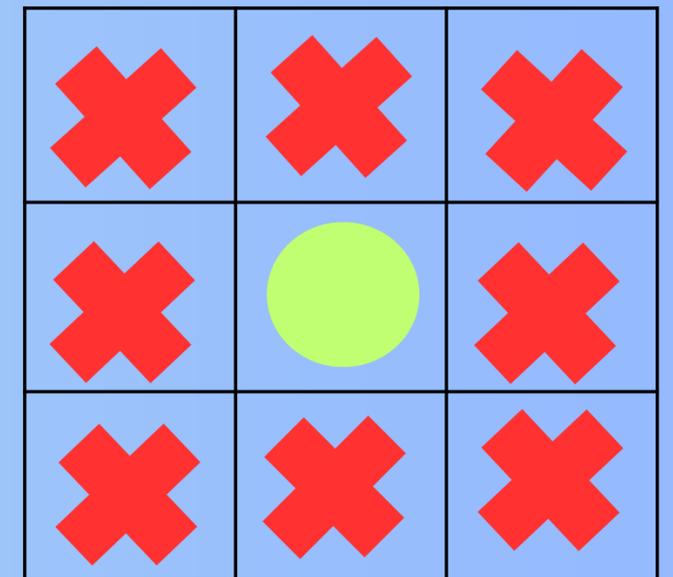
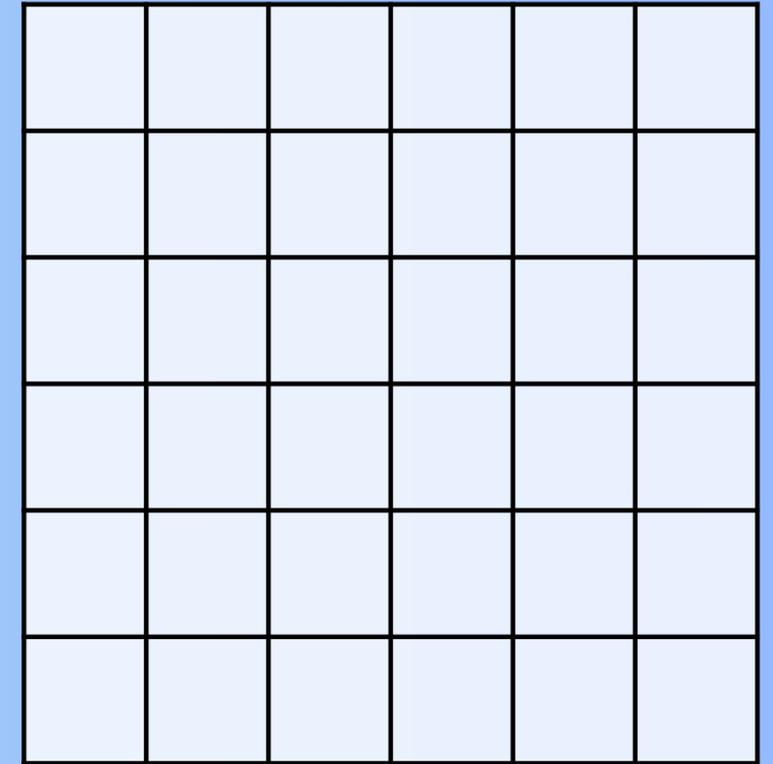
戰艦大作戰。

我們要開始一段航海訓練，研究如何利用邏輯推理，找出所有戰艦的位置。

## 【遊戲規則】

- (1) 方格的最右邊和最底邊各有一排數字，表示每列及每行中隱藏的戰艦所占的方格數。
- (2) 戰艦的方向只有橫向或直向。
- (3) 戰艦四周的格子 (八方位) 不會有其他戰艦，否則容易產生相撞。
- (4)  表示特大號戰艦 (占4格)，  
 表示大戰艦 (占3格)，  
 表示中戰艦 (占2格)，  
 表示小戰艦 (占1格)

從正方形格子組成的「海域」裡，找出「隱藏」在方格中的所有戰艦，畫出海域中各戰艦的位置。



## 二、研究問題及工作進度表

### (一) 研究問題

1. 海戰棋歷史背景及由來。
2. 研究出每階的最高分排法的規律(12階以上都適用)。
3. 推理算出最高分的公式(12階以上都適用)。
4. 想出兩個人玩的桌遊-海洋保衛戰。

## (二)工作進度表

	2023年 7月	2023年 8月	2023年 9月	2023年 10月	2023年 11月	2023年 12月
主題確定						
文獻搜集與整理						
想出和算出最高分的公式						
規劃海洋保衛戰						
研究問題與討論						
編撰作品書和校稿完成						

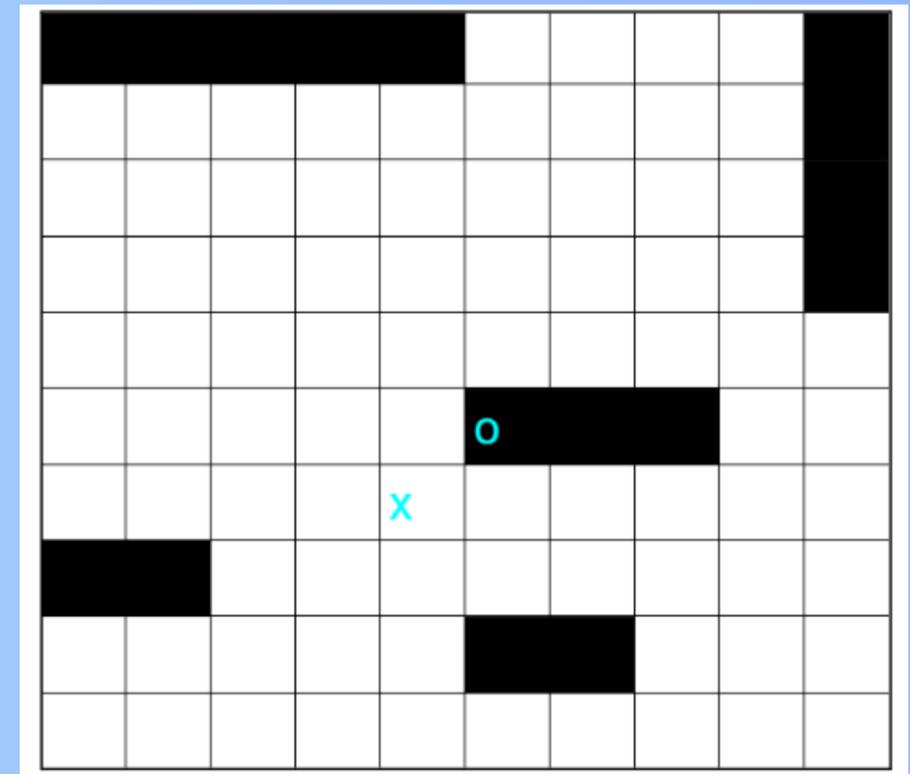
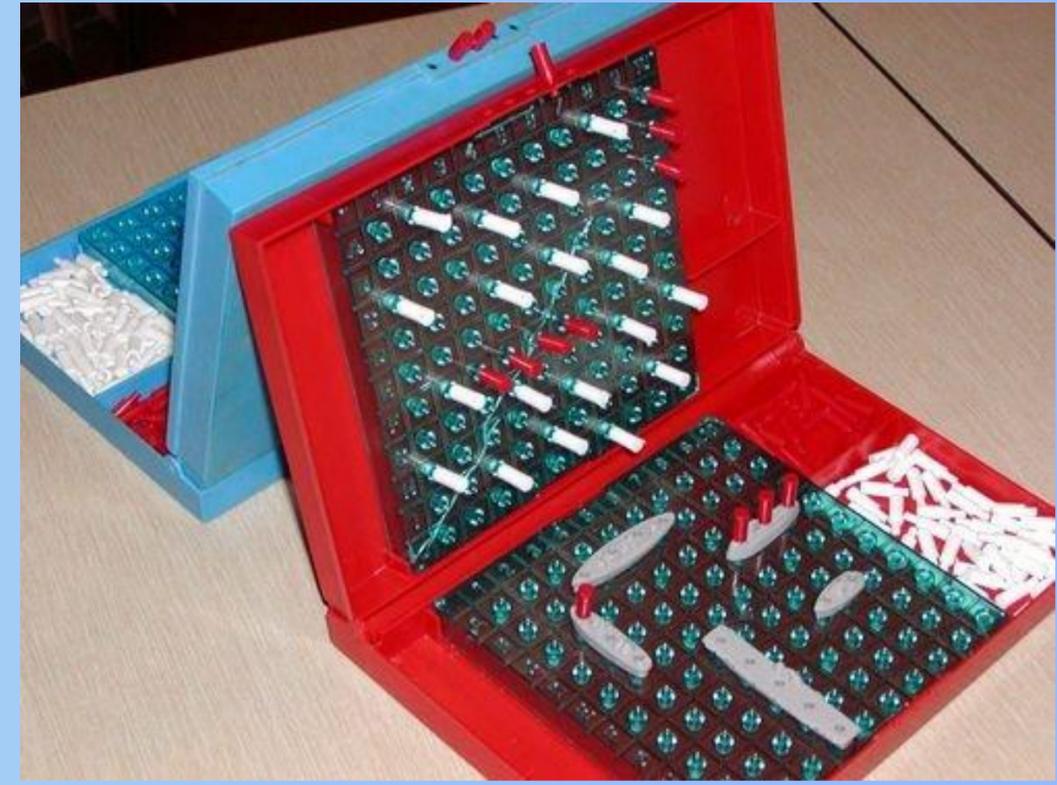
# 三、彙整相關文獻

## (一)海戰棋玩法

## (二)只求商或餘數的符號

1.  $/$  代表除號
2.  $\backslash$  代表只求商到整數位
3.  $\text{mod}$ 代表只求餘數

## (三)鯨魚長度：成功級巡防艦長度是1：4



# 四、資料分析



# (一)海戰棋的背景及由來

1. 海戰棋是由美國遊戲公司Milton Bradley發行
2. 兩人對戰的遊戲
3. 遊戲時間30分鐘

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B			-						X	X
C			-		-					
D										
E					X	X	X	X		-
F			X	-	-		-			
G			X			-				
H			X							
I										
J	X	X	X	X			-			

## (二) 研究出每階最高分排法規律

戰艦分數設定:

一格戰艦	1分
二格戰艦	3分
三格戰艦	5分
四格戰艦	10分

# 規律

有規律

$$10 \times 20 + 6 = 206 \text{分}$$

O	O	O	O	X	X	X	X	O	O	O	O	X
X	X	X	X	O	O	O	O	X	X	X	X	O
O	O	O	O	X	X	X	X	O	O	O	O	X
X	X	X	X	O	O	O	O	X	X	X	X	O
O	O	O	O	X	X	X	X	O	O	O	O	X
X	X	X	X	O	O	O	O	X	X	X	X	O
O	O	O	O	X	X	X	X	O	O	O	O	X
X	X	X	X	O	O	O	O	X	X	X	X	O
O	O	O	O	X	X	X	X	O	O	O	O	X
X	X	X	X	O	O	O	O	X	X	X	X	O
O	O	O	O	X	X	X	X	O	O	O	O	X

無規律

$$11 \times 10 + 5 \times 4 + 3 \times 3 + 1 \times 8 = 147 \text{分}$$

O	O	O	O	X	O	X	O	O	O	O	X	O
X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	O	X
O	X	O	X	O	O	O	O	X	O	X	O	X
O	X	O	X	X	X	X	X	X	X	X	O	X
X	X	O	X	O	X	O	O	O	O	X	O	X
O	X	X	O	X	X	X	X	X	X	X	X	O
O	X	O	X	O	O	O	O	X	X	O	X	X
O	X	O	X	X	X	X	X	X	X	O	X	O
O	X	O	X	O	X	O	O	O	X	O	X	O
X	X	O	X	O	X	X	X	X	X	O	X	X
X	X	X	X	O	X	X	X	X	X	X	O	O
O	O	O	X	O	X	O	O	O	O	X	X	X
X	X	X	O	X	O	X	X	X	X	O	O	O

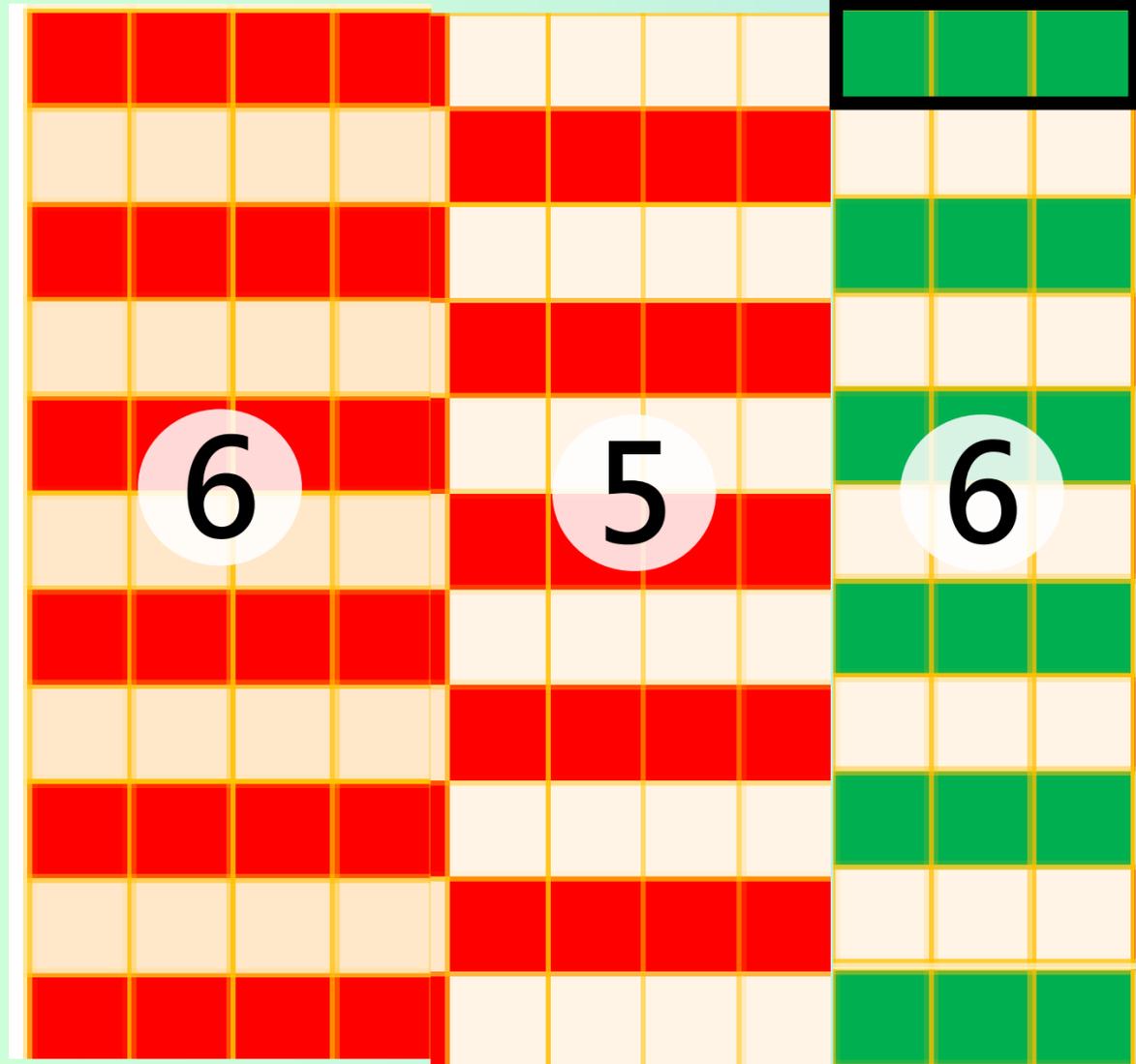
O: 擺放戰艦    X: 空白，不能擺

# (三)研究出每階最高分排法的公式

## 1. 小於12階不適用原因

照規律

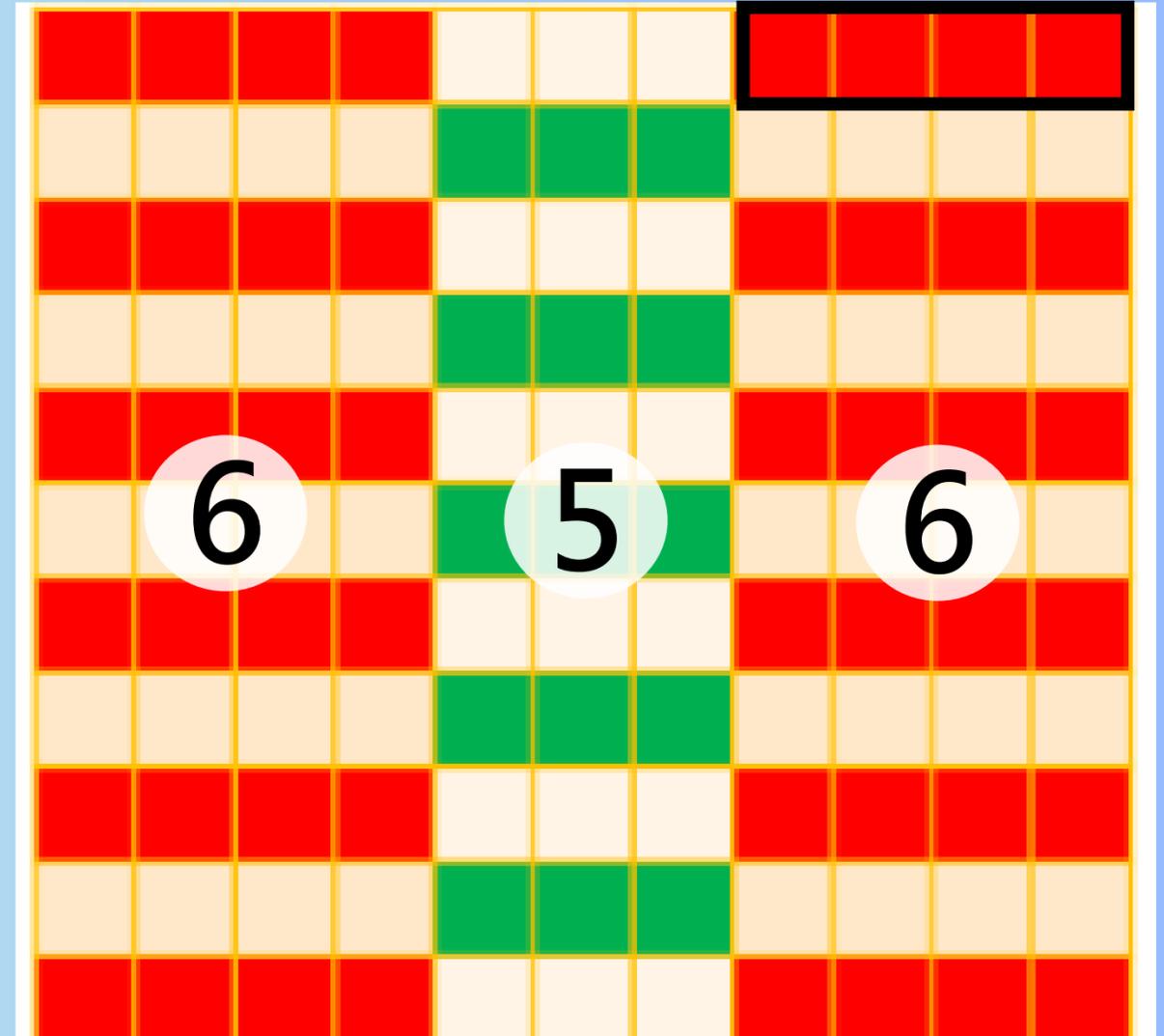
5分



11階

無照規律

10分



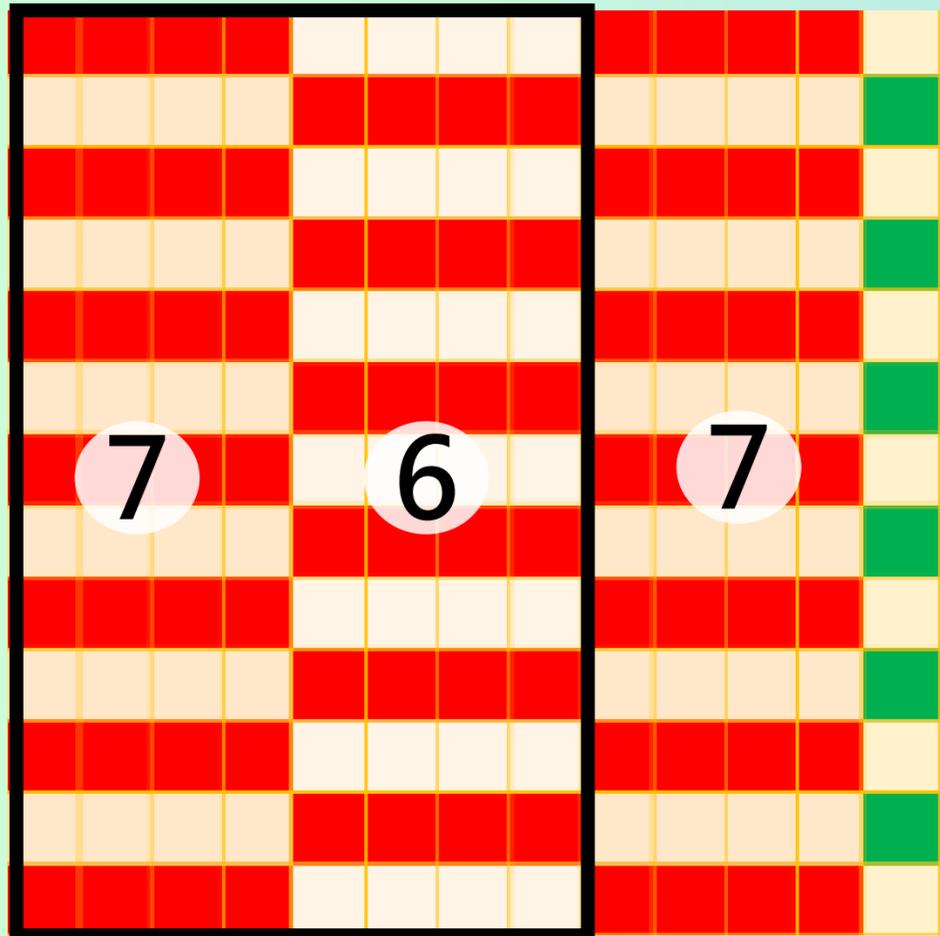
## 2. 奇數階最高分數

13階

四格戰艦的分數:  $10 \times 7 \times 2 + 10 \times 6 = 200$

一格戰艦的分數:  $1 \times 6 = 6$

總分:  $200 + 6 = 206$ 分

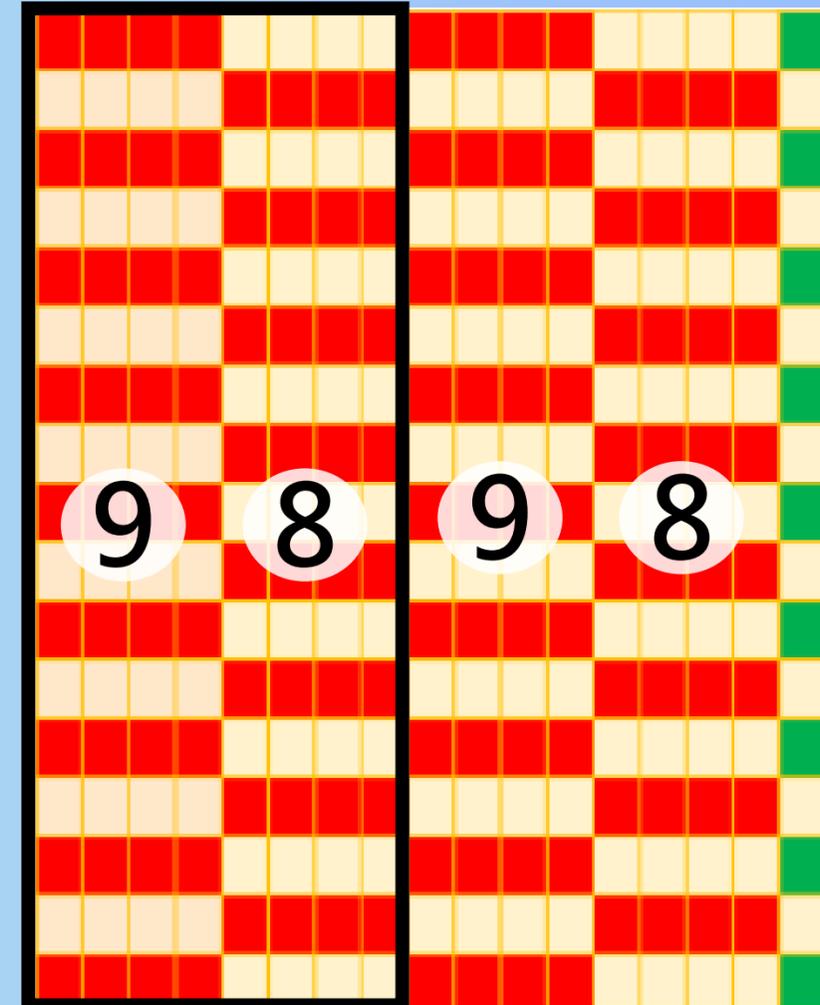


17階

四格戰艦的分數:  $10 \times 9 \times 2 + 10 \times 8 \times 2 = 340$

一格戰艦的分數:  $1 \times 9 = 9$

總分:  $340 + 9 = 349$ 分



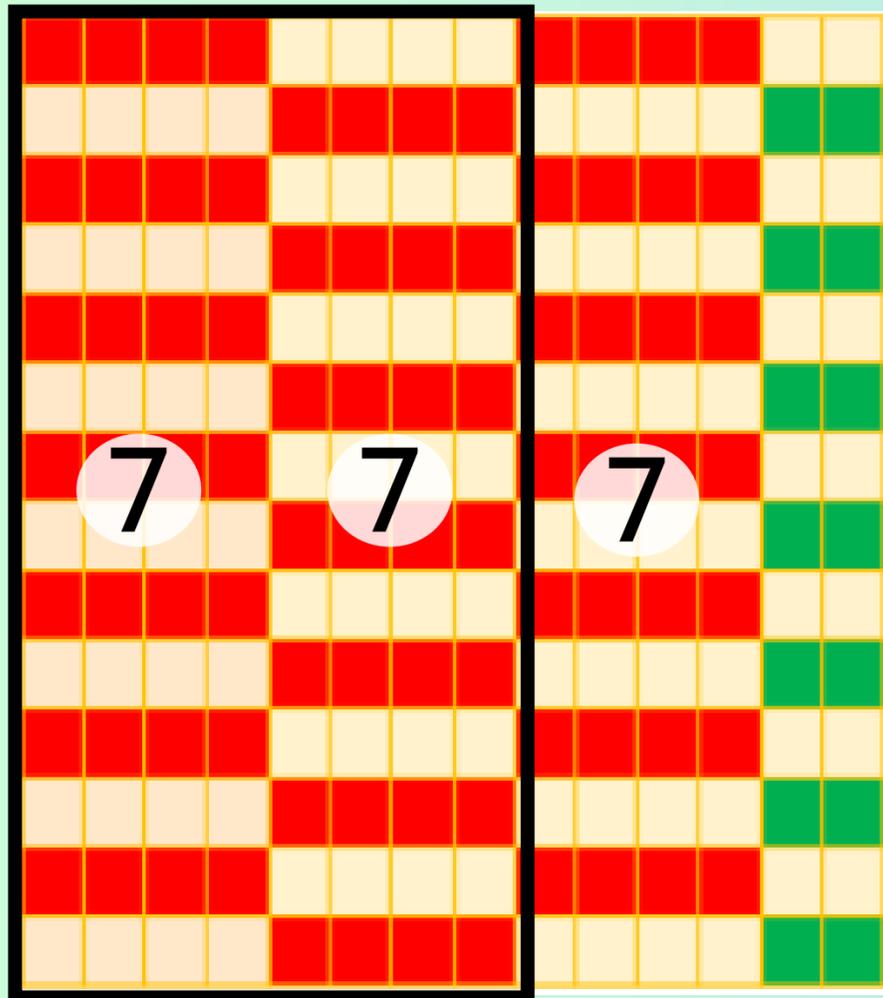
### 3. 偶數階最高分數

14階

四格戰艦的分數:  $10 \times 7 \times 3 = 210$

兩格戰艦的分數:  $3 \times 7 = 21$

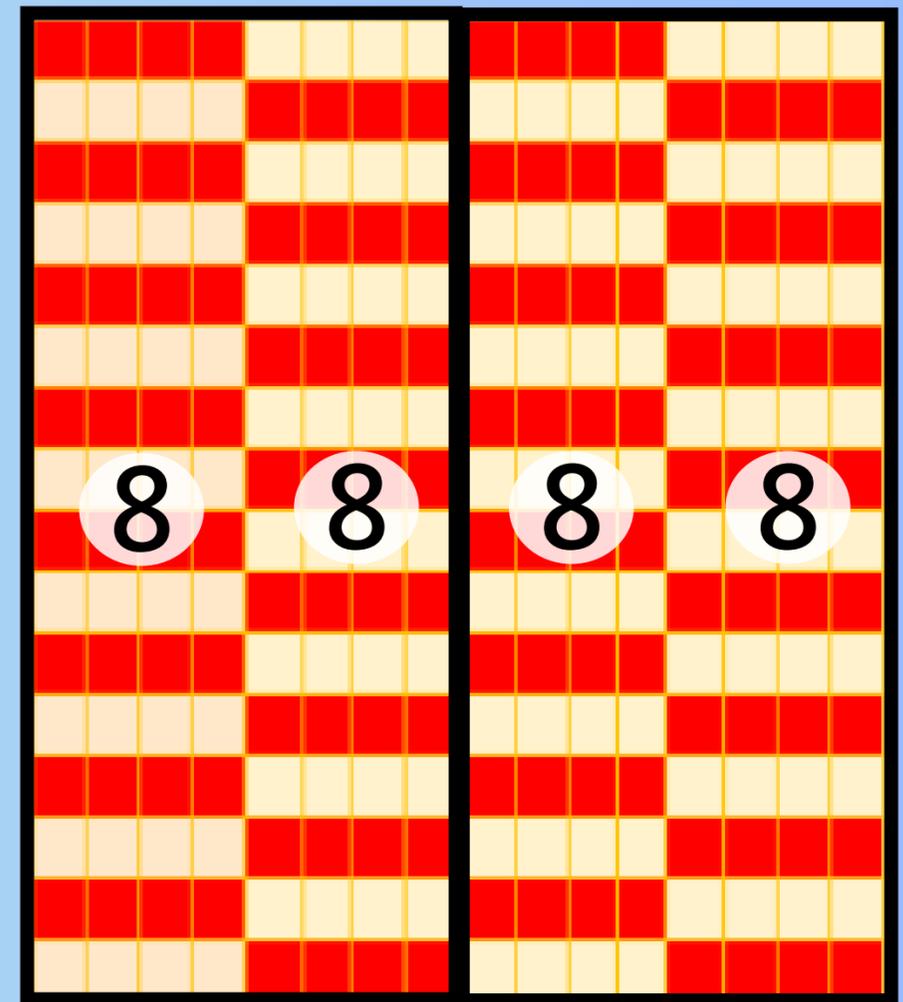
總分:  $210 + 21 = 231$ 分



16階

四格戰艦的分數:  $10 \times 8 \times 4 = 320$ 分

總分: 320分



## (四)自創的桌遊: 海洋保衛戰

1. 故事
2. 人數:2人
3. 遊戲時間:約30分
4. 年齡:5歲以上
5. 玩法



# 五、研究結果與討論

# (一)海戰棋歷史背景及由來

1. 不像撲克牌一樣流行，所以有些人沒有聽過海戰棋。
2. 歷史也沒有撲克牌久遠。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B			-						X	X
C			-		-					
D										
E					X	X	X	X		-
F			X	-	-	-				
G			X			-				
H			X							
I										
J	X	X	X	X			-			

**V.S**



## (二) 研究出每階的最高分排法的規律

我們發現四個圈下面就要四個叉，再下面又是四個圈。

O	O	O	O	X	X	X	X	O	O	O	O	X
X	X	X	X	O	O	O	O	X	X	X	X	O
O	O	O	O	X	X	X	X	O	O	O	O	X
X	X	X	X	O	O	O	O	X	X	X	X	O
O	O	O	O	X	X	X	X	O	O	O	O	X
X	X	X	X	O	O	O	O	X	X	X	X	O
O	O	O	O	X	X	X	X	O	O	O	O	X
X	X	X	X	O	O	O	O	X	X	X	X	O
O	O	O	O	X	X	X	X	O	O	O	O	X
X	X	X	X	O	O	O	O	X	X	X	X	O
O	O	O	O	X	X	X	X	O	O	O	O	X

# (三)研究出每階最高分的公式

1. **奇數階**公式，先確認  $[n-(n \bmod 4)]/8$  是否有餘數

(1) 有餘數，公式為：

$$n \times [n - (n \bmod 4)] \setminus 8 \times \underline{10} + (n \setminus 2 + 1) \times \underline{10} + [n \setminus 2 \times (n \bmod 4)] \text{格戰艦分數}$$

4格戰艦分數



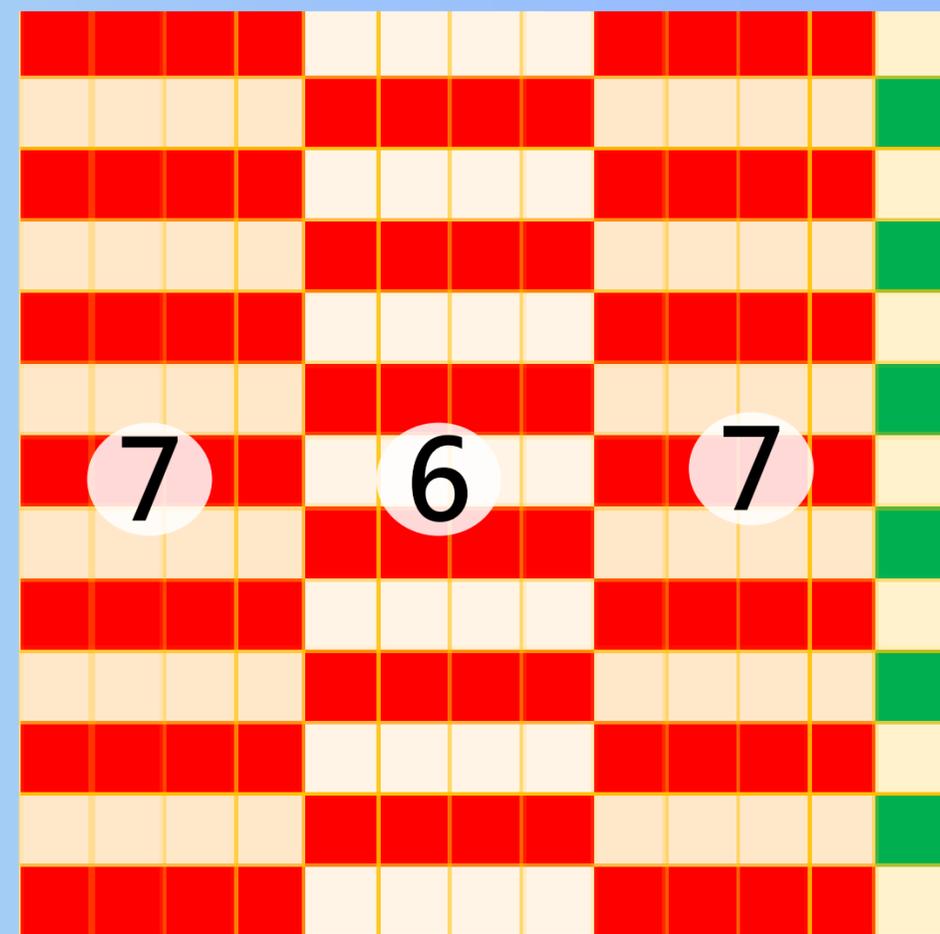
以**13階**為例:  $[13 - (13 \bmod 4)]/8$  有餘數

$$13 \times [13 - (13 \bmod 4)] \setminus 8 \times 10 +$$

$$(13 \setminus 2 + 1) \times 10 + (13 \setminus 2) \times 1 = 206 \text{分}$$

實際上用數的也是206分

13階



(2) 沒有餘數，公式為：

$$n \times [n - (n \bmod 4)] \div 8 \times 10 + (n \div 2 + 1) \times (n \bmod 4) \text{ 格戰艦分數}$$

4格戰艦分數

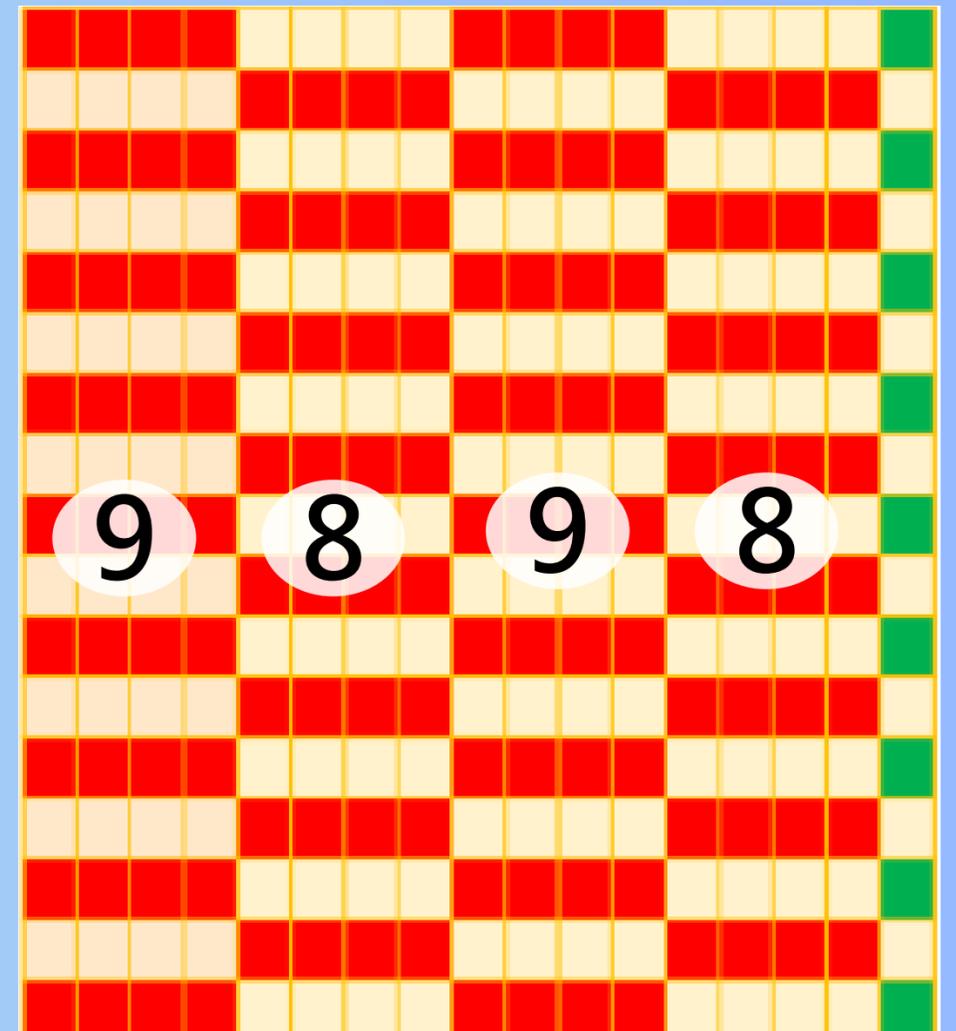
17階



以**17**階為例： $[17 - (17 \bmod 4)] / 8$ 沒有餘數

$$17 \times [17 - (17 \bmod 4)] \div 8 \times 10 + (17 \div 2 + 1) \times 1 = 349 \text{ 分}$$

實際上用數的也是349分



## 2. 偶數階公式:

$$n \div 4 \times \underline{10} \times (n \div 2) + (n \bmod 4) \text{格戰艦的分數} \times (n \div 2)$$

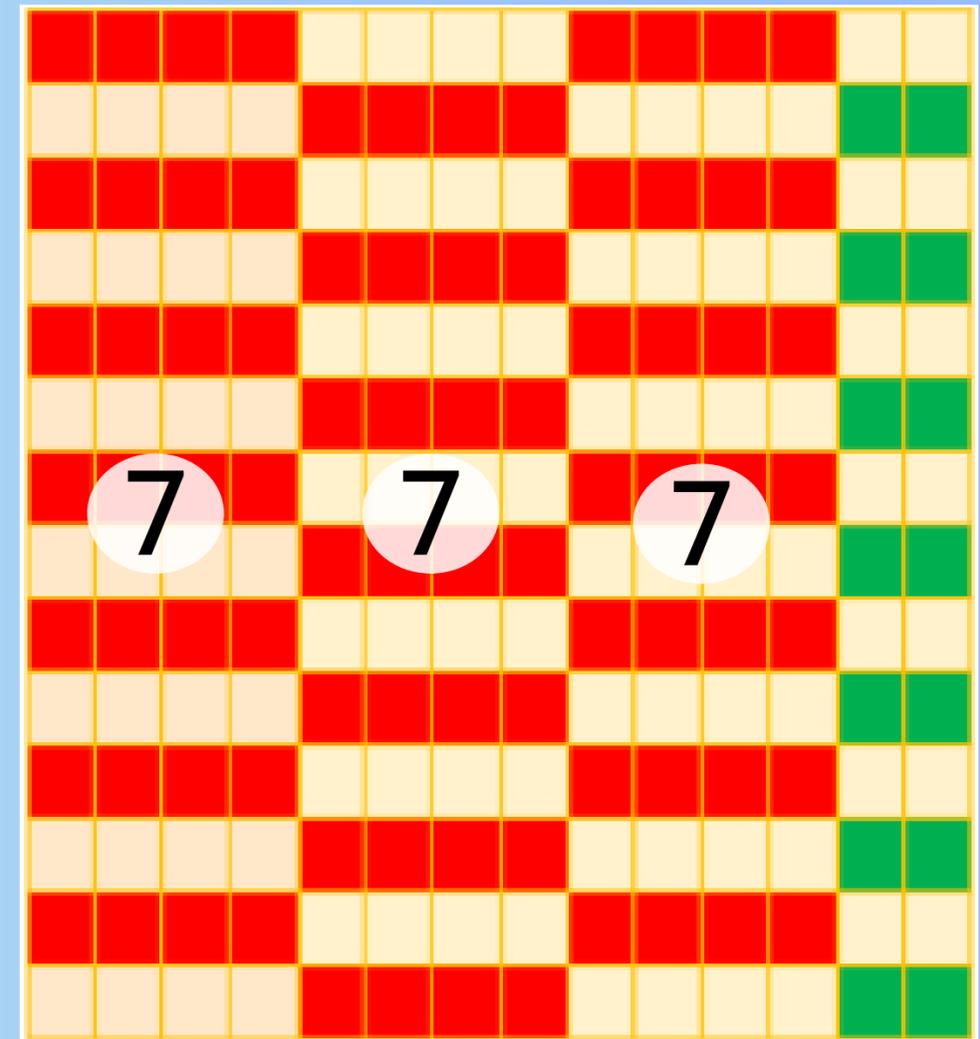
4格戰艦分數

💡 以14階為例:

$$14 \div 4 \times 10 \times (14 \div 2) + 3 \times (14 \div 2) = 231 \text{分}$$

實際用數的也是231分

14階



## (四)設計兩個人玩的桌遊-海洋保衛戰

1. 我們發現試玩的玩家會先放四格戰艦。
2. 最後兩格戰艦剩下最多。

因為先放四格戰艦、再放三格戰艦後，剩下的位置很少，只能再勉強放一格戰艦，導致兩格戰艦剩最多。



# 六、評鑑與檢討

(一) 過程省思

(二) 研究後的收穫

(三) 如果再做一次研究，我們會...

# 七、資料來源

(一) 海戰遊戲。維基百科。

<https://reurl.cc/x65MML>

(二) 經典海戰棋。宅媽科學玩具趣味館。

<https://reurl.cc/Y0g42l>

(三) 今天可以為地球做的十件事。綠色和平。

<https://reurl.cc/E1R8Mm>

(四) 奧秘海洋:小小吸管大大危機(2019年5月20日)

<https://reurl.cc/Xm1ZdR>

(五) 小宮山博仁(2021)。數學實用定理。晨星出版社。