

# 彰化縣 109 學年度國民中小學學生獨立研究作品徵選

## 作品說明書（封面）

作品編號：（由承辦單位編列）

組別：

<input checked="" type="checkbox"/> 國小組	<input checked="" type="checkbox"/> 數學類
<input type="checkbox"/> 國中組	<input type="checkbox"/> 自然與生活科技類
	<input type="checkbox"/> 人文社會類

作品名稱：繞來繞去填數字——探討六邊形數字遊戲路線解題策略

◎封面切勿出現校名、作者、校長及指導者姓名，違者不予收件。

彰化縣 109 學年度國民中小學學生獨立研究作品徵選  
作品說明書

**第一階段 研究訓練階段（教師撰寫）**

**一、近二年學校獨立研究課程之規劃**

本校自三年級起提供資優學生相關課程服務，主要切分為兩大部分：研究技能培養與獨立研究實踐。

課程訓練重點：

- （一）邏輯思考能力。
- （二）觀察力。
- （三）想像力。
- （四）創造力。
- （五）問題解決能力。
- （六）統整能力。

**二、學校如何提供該生獨立研究訓練**

學校在安排獨立研究課程時，按照學生年級切分為三年級、四年級，以及高年級三層次，說明如下：

- （一）三年級：針對三年級的資優生，會設計與學科相關的課程以拓展其知識基礎，安排主題探索課程，讓學生嘗試發現研究方向，並隨時記錄感興趣的主題。
- （二）四年級：在學科加深加廣方面與三年級相同，進入此階段，學生除了蒐集資料之外，同時也開始針對興趣主題進行具體的研究。
- （三）高年級：每週進行 2-4 節課的獨立研究課程，在教師協助下，完成研究流程。教師角色為擔任引導討論與技術指導工作，掌握研究計畫安排與進度，並協助修改研究報告。

## 第二階段獨立研究

### 一、研究動機

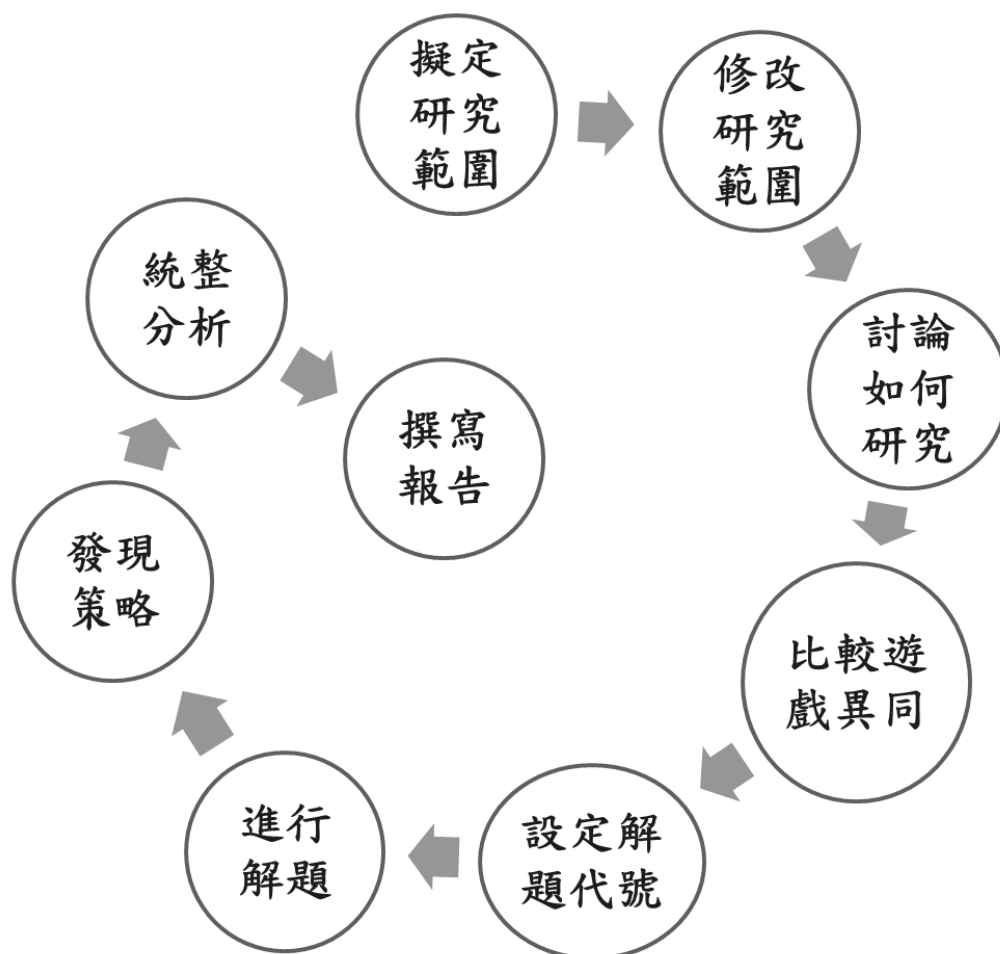
(一) 因為我們剛玩過這 2 種遊戲(「蜜蜂數字」、「六角數字蛇」)，覺得很有趣，也發現 2 個遊戲很相似，便想了解它們的異同。

(二) 玩完後，發現它們都很具有挑戰性，便想了解它們的解題策略，讓人玩起來更加簡易，不會太「燒腦」。

(三) 我們希望這些遊戲能讓更多人知道，所以我們想要想出更好的解題方式，讓大家玩起來不會太難，進而產生興趣。

### 二、擬定正式計畫、研究問題及工作進度表

#### (一) 研究計畫



## (二) 研究問題與目的

1. 比較：2 個遊戲（「蜜蜂數字」、「六角數字蛇」）的設定
2. 解路線：蜜蜂數字
3. 提出策略：蜜蜂數字
4. 解路線：六角數字蛇
5. 提出策略：六角數字蛇
6. 比較：2 個遊戲的策略
7. 統整：2 個遊戲的策略

## (三) 工作進度表（109 年）

繞來繞去填數字—— 探討六邊形數字遊戲路線解題策略	
日期	內容
4/28	尋找研究主題：數學（數字遊戲）
5/5	確認研究主題：「蜜蜂數字」、「六角數字蛇」（比較、策略）
5/12	擬定：研究範圍
5/19	修改：研究範圍
5/26	討論：研究架構
6/2	確認：研究設定、作品名稱
6/16	研究重點：進行解題
6/23	研究發現：策略整理
6/30	撰寫報告（6/30~9/22。108 學年度下學期、109 學年度上學期）

## 三、彙整相關文獻

### (一) 研究對象

1. 六邊形數字遊戲：「蜜蜂數字」、「六角數字蛇」。
2. 作品名稱：繞來繞去填數字——探討六邊形數字遊戲路線解題策略
3. 名稱解釋：結合(1)遊戲特徵(2)我們對遊戲的感受，以及(3)研究主要探討方向。

## (二) 書籍/作者資料

<p>蜜蜂數字</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 蜜蜂數字是狄運來老師的作品，它應該是沒有出版成書（報紙上也許會有相關題目）；我們的題目來源，是從狄運來老師的網站上找到的。</li> <li>2. 作者介紹：專長「數字遊戲創造設計」、「智慧玩具創造設計」，有數字遊戲作品登載報刊。</li> </ol>
<p>六角數字蛇</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 書名：《RIKUDO 六角數字蛇：新符號、新規則、新數字邏輯遊戲，6 大難度級別，挑戰你的思考極限！》（法國 Amazon 讀者 5 顆星好評推薦）</li> <li>2. 作者介紹：保羅·杜蒙(Paul Dumont), 薩維埃·戴倫(Xavier Délen)。分別為 26 歲和 30 歲，都從青少年時期就對新科技與電腦程式設計充滿熱情。</li> </ol>

## (三) 擬定：研究範圍

<p>蜜蜂數字</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 有頭有尾：在 37 個格子中，有「1」和「37」</li> <li>2. 有頭無尾：在 37 個格子中，有「1」，但無「37」</li> <li>3. 沒頭有尾：在 37 個格子中，無「1」，但有「37」</li> <li>4. 沒頭沒尾：在 37 個格子中，無「1」，也無「37」</li> </ol>
<p>六角數字蛇</p> <p>每個題目皆 <u>有頭有尾</u></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 初級(1-36 格)</li> <li>2. 簡單級(1-36 格)</li> <li>3. 中級(1-60 格)</li> <li>4. 困難級(1-60 格)</li> <li>5. 專家級(1-90 格)</li> <li>6. 惡魔級(1-126 格)</li> </ol>

## (四) 修改：研究範圍

<p>蜜蜂數字</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 遊戲題型選擇：(1)有頭有尾；(2)沒頭沒尾</li> <li>2. 原因：從頭尾數字的「全有」或「全無」來觀察</li> </ol>
<p>六角數字蛇</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 決定簡為只寫「困難級」</li> <li>2. 原因：這一級一般人較適合挑戰，而其他題目架構</li> </ol>

	也與它差不多，因此其實只要懂一題的解題策略，其他題應該就不是問題。
--	-----------------------------------

### (五) 研究限制

<b>蜜蜂數字</b>	北一女的學生曾經做過這個主題的科展（蜜蜂路徑——找回失落的數字），她們是從「 $n$ 階次方」與「一筆畫」來研究；這些內容，對現在的我們來說，實在太深奧了（看不懂），目前不太適合我們使用（我相信，我們以後一定能夠看得懂）。
<b>六角數字蛇</b>	相關文獻較少：由於它在 2019 年 8 月出版，我們 2020 年 4 月開始做這項研究，前後不到一年，所以這方面的研究資訊較少。

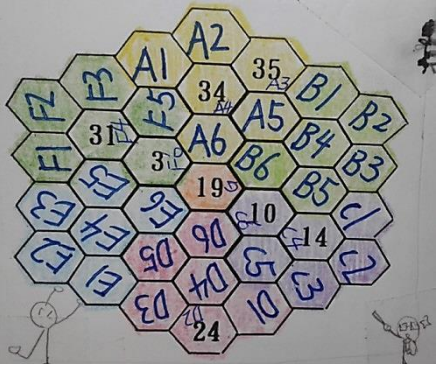

## 四、資料分析

### (一) 遊戲設定

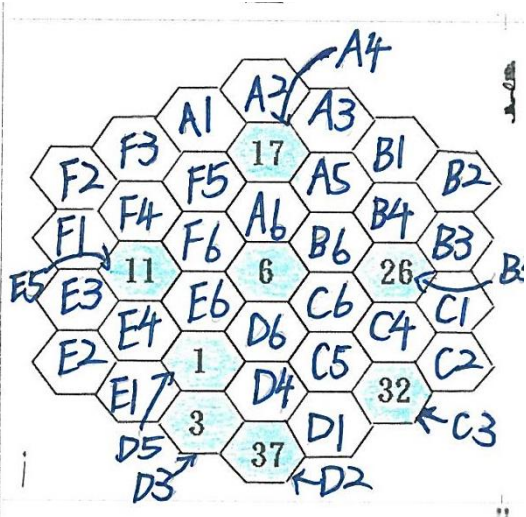
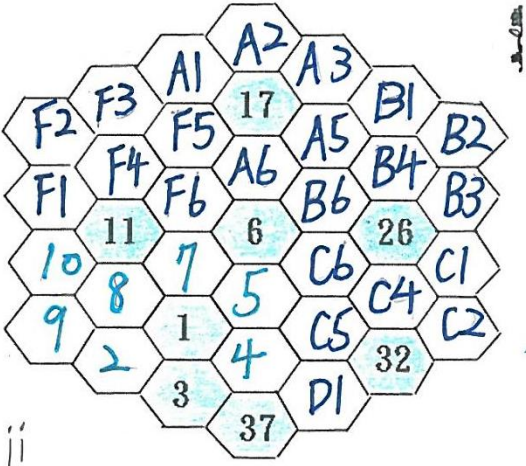
比較	蜜蜂數字	六角數字蛇
不同	1. 題型不一定有開頭或結尾 2. 無限定路線 3. 題目中心的格子可以通過	1. 有頭有尾 2. 有限定路線（須從菱形提示點之連結線通過） 3. 題目中心的格子不能通過
相同	1. 按照數字順序前進 2. 格子都是六邊形 3. 路線不能互相交叉	

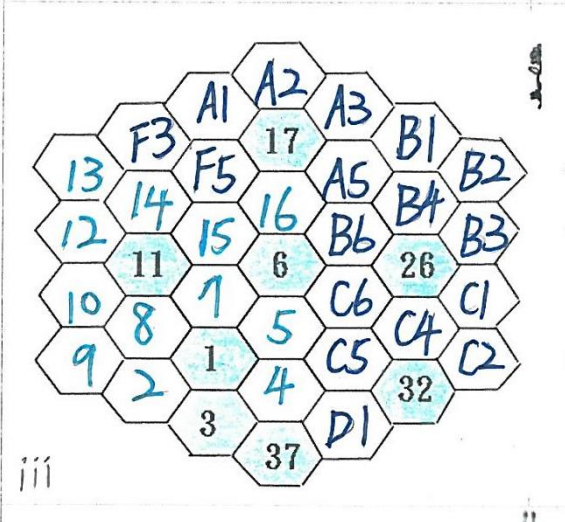
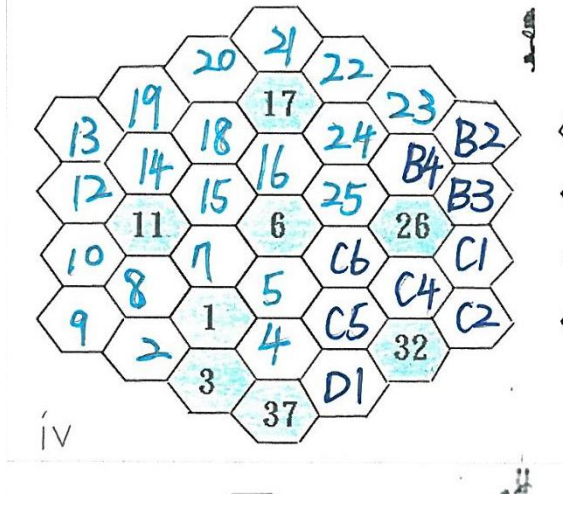
### (二) 代號設定

<b>蜜蜂數字</b>	因為格數過多（只用英文字母會不夠），要用「英文加數字」來代表那一格。我們發現可以分成 6 等份：A~F，中間格子的代號為 G。
<b>六角數字蛇</b>	我們也是分成 6 等份，每等份都有 10 格：A1-A10、B1-B10、C1-C10、D1-D10、E1-E10、F1-F10。因為中間的格子不用填數字，所以中間不用設定代號。

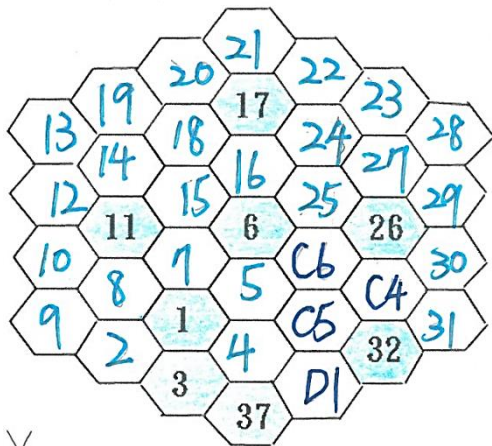
蜜蜂數字-代號設定	六角數字蛇-代號設定
	

(三) 解路線：蜜蜂數字 (有頭有尾)

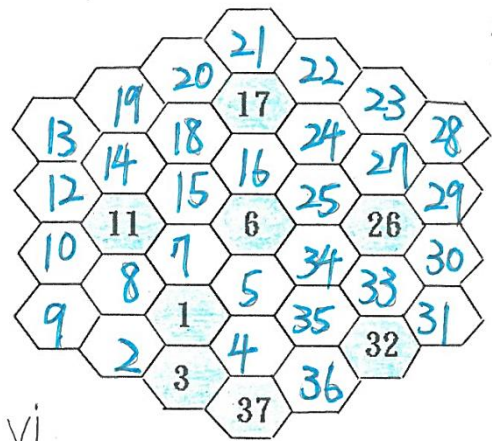
	<p>(1) 數字 1~3 中只有 2，因此只能選 E1 或 D4，但為了 3~6 的路線通順(因為 3~6 最短距離是 2 格，剛好填 4、5)，所以 E1=2</p> <p>(2) 因此可設 D4=4，D6=5</p> <p>(3) 為了使 E6、E4、E2 可以被填到，也為了 11~17 可以通行方便，又不用繞回去補 E6、E4、E2，所以設 E6=7，E4=8，E2=9，E3=10</p>
	<p>(4) 11~17 的連結想沿著邊邊走，所以設 F1=12，F2=13，F3=14，A1=15，A2=16</p> <p>(5) 17~26 為了填 F5、F4、F6，所以設 F5=18，F4=19，F6=20，A6=21，A5=22，A3=23，B1=24，B4=25</p> <p>(6) 發現會填不到 B2，所以步</p>

	<p>驟(4)~(6)重來。回到步驟(4)，思考是否為空間配置不當……</p>
	<p>(4)這次先填中間，設  <math>F1=12, F2=13, F4=14, F6=15, A6=16</math></p> <p>(5)設 <math>F5=18, F3=19, A1=20, A2=21, A3=22, B1=23, B2=24, B3=25</math></p> <p>(6)發現前往 32 時會填不到 C1、C2，所以回到步驟(5)</p> <p>(5)決定改變 23~25 的走向，設 <math>B1=23, A5=24, B6=25</math></p>
	<p>(6)再回去把 B4、B2、B3 填滿。設 <math>B4=27, B2=28, B3=29, C1=30, C2=31</math></p>





(7) 接下來便可知  $C4=33$ 、  
 $C6=34$ 、 $C5=35$ 、 $D1=36$



(8) 完成

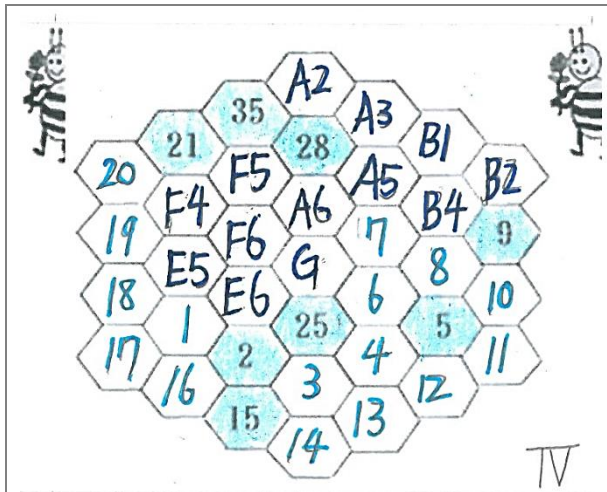
**策略：**

1. 有時不一定要往旁邊走，須經考量，決定中間或旁邊
2. 空間配置很重要！

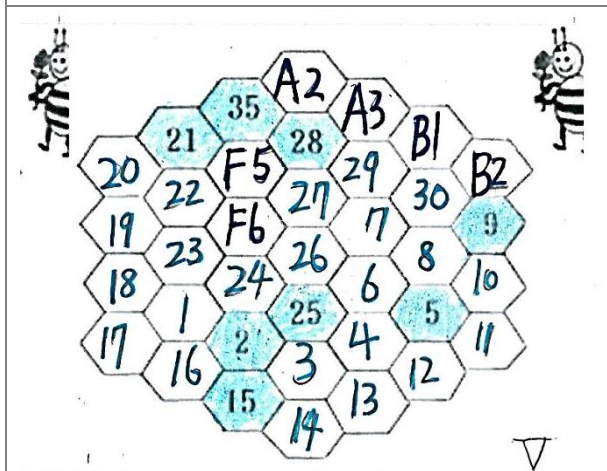
空間配置：如 26~37 之間數字很多，那就要預留一個空間

(四) 解路線：蜜蜂數字 (沒頭沒尾)

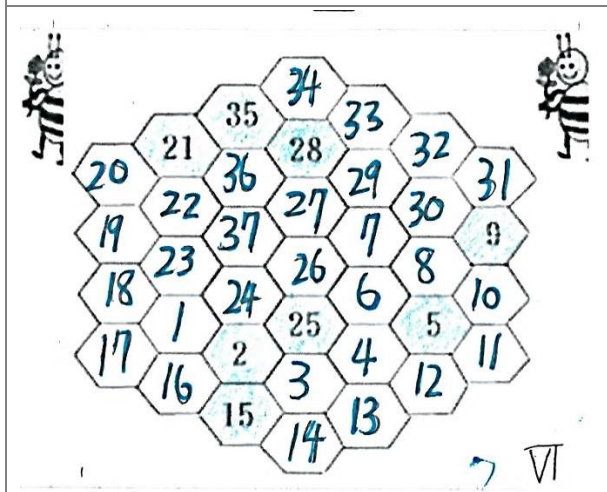
<p>Diagram I shows a hexagonal grid with numbers and letters. The number 2 is at the center. Arrows point from 2 to 15, 25, 35, and 5. A path is marked with letters A1 through D6. A bee icon is at the top right.</p>	<p>首先，先找最小的數字，是 2，它旁邊有 E1、E4、E6、D4 這四個位置可以填 1，所以先填 E1，E4、E6 可以放 3，就先填 E4，E6 填 4，但 5 在很遠的地方，這個走法不適合，所以全部擦掉。</p>
<p>Diagram II shows the same hexagonal grid as Diagram I, but with a different path. Numbers 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 are filled in. A bee icon is at the top right.</p>	<p>試試看 E1 填 1，D4 填 3，C5 填 4，然後 5 到了，5 要到 9 有 3 個數字，那就把 C6 填 6，B6 填 7，B5 填 8，C1 填 10。</p>
<p>Diagram III shows the same hexagonal grid as Diagram II, but with a further developed path. Numbers 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 are filled in. A bee icon is at the top right.</p>	<p>C2 填 11，C3 填 12，D1 填 13，D2 填 14，因為 16 被 1 擋住，所以 E4 填 1，E1 填 16，E2 填 17，E3 填 18。</p>



E5 如果填 19，就會有空格無法填，所以填 F1，如果 F4 填 20，會有空格，所以 F2 填 20。



如果 F5 填 22，36 就會無法填，所以，F4 就填 22，E5 填 23，E4 如果填 24 是不可能的，因為 E4 已經填 1 了，所以填 E6 填 24，G 填 26，A6 填 27，A5 填 29，B4 填 30。



B1 如果填 31，會出現空格，所以 B2 填 31，B1 填 32，A3 填 33，A2 填 34，F5 填 36，F6 填 37。完成。

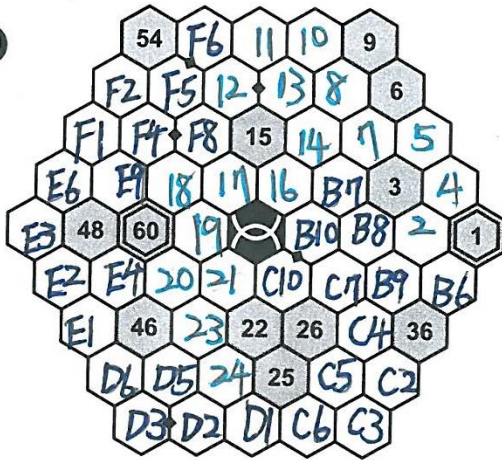
**策略：**先找原有最小的數，要先看後方走向，才不會走錯方向

(五) 解路線：六角數字蛇 (困難級)

<p>119</p>	<p>(1) 由於 1~3 之間只有 2，所以只能選 B2 或 B5</p> <p>(2) 為了怕擋到 6 的出入，所以設 B5=2</p> <p>(3) 為此可確立 B2=4，B1=5，A9=7，A5=8</p> <p>(4) 為了配合特定路線，設 A2=10，A1=11，F9=12，A4=13，A8=14</p>
<p>119</p>	<p>(5) 在 15~22 之間，要經過 5 個數，又為不擋到 22~25 之間的路徑，設 A10=16，F10=17，F7=18，E10=19，E7=20，D10=21</p> <p>(6) 確立 D8=23，D4=24</p> <p>(7) 為了讓 26~36 之間有足夠的位置填格子，因此特別留一個空間，卻發現格子依然不夠用，所以步驟(5)~(7)都要重來</p> <p>回到步驟(5)：為了使 26~36 有足夠空間，設 F6=16，F7=17，E10=18</p>

III

119



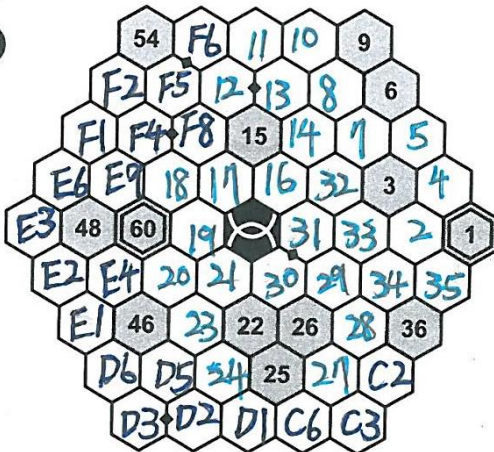
再回到步驟(5)：由於剛剛那樣走會造成 54 出入不便，又無法配合路徑，所以重來 (5) 思考是否為後方排序問題錯誤？

再回到 A10=16，F10=17，F7=18，E10=19，E7=20，D10=21

(6) 可以完全確定 D8=23，D4=24

IV

119



(7) 改變 27 走向，讓 26~36 有更多空間。C5=27，C4=28，C7=29，C10=30，B10=31，B7=32，B8=33，B9=34，B6=35

V

119

(8)接著即可確定， $C2=37$ ， $C3=38$ ， $C6=39$ ， $D1=40$ ， $D2=41$ ， $D3=42$ ， $D5=43$ ， $D6=44$ ， $E1=45$ 。避免  $E1$  空著，而 48 又填不到（無法出入）

VI

119

(9)確定  $E4=47$ ， $E2=49$ ， $E3=50$ ，並且為了配合 54，以直線前進，所以  $E6=51$ ， $F1=52$ ， $F2=53$

(10)為配合限定路線，設  $F6=55$ ， $F5=56$ ， $F8=57$ ， $F4=58$ ， $E9=59$ ，即到達終點

**策略：**

1. 從邊邊開始寫  $\Rightarrow$  以免中間走完後就無法走到邊邊
2. 事先預覽、留足夠空間給差距較大的數 (ex: 26~36，詳見前圖)

**五、研究結果與討論**

**(一) 策略統整**

蜜蜂數字	1. 有時不一定要往旁邊走，須經考量，決定中間或旁邊。
------	-----------------------------

	<p>2. 空間配置很重要！空間配置：如 26~37 之間數字很多，那就要預留一個空間。</p> <p>3. 先找原有最小的數，要先看後方走向，才不會走錯方向。</p>
六角數字蛇	<p>1. 從邊邊開始寫 ⇨ 以免中間走完後就無法走到邊邊</p> <p>2. 事先預覽、留足夠空間給差距較大的數。</p>
備註	<p>《RIKUDO 六角數字蛇：新符號、新規則、新數字邏輯遊戲，6 大難度級別，挑戰你的思考極限！》此書有提供「解題 3 妙招」，如下敘述：</p> <p>◎六角數字蛇解題 3 妙招</p> <p><b>妙招 1：不要讓空格被包圍</b></p> <p>格被包圍，接下來的遊戲過程就無法派上用場。</p> <p><b>妙招 2：善用連結線</b></p> <p>跨越數個格子的那些連結線，就是解題的指引。</p> <p><b>妙招 3：路線的交錯</b></p> <p>綜觀整體路線：路徑的任何一部分，都不能交叉在一起，而必須互相繞過。</p>

## (二) 策略分析

比較	蜜蜂數字	六角數字蛇
解題重點	題目不一定有頭尾，須考量開頭或結尾的方向、位置	題目一定有頭尾，須考慮提示（限制）路線
策略重點	<p>1. 這 2 個數字遊戲的策略大致相同</p> <p>2. 「六角數字蛇」路線提示/限制，能夠幫助確認路徑方向</p> <p>3. 與「蜜蜂數字」相比，「六角數字蛇」會比較簡易、好解（在題目格數相同的情況之下）</p>	

### (三) 未來發展

遊戲發展	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 改編/擴充遊戲</li> <li>2. 以六邊形數字遊戲的外觀、特點，製作成類似「大富翁」的遊戲</li> <li>3. 做成立體版遊戲</li> </ol>
研究發展	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 研究自己製作/改編的遊戲</li> <li>2. 調查大家的喜好（如：比較喜歡「蜜蜂數字」或「六角數字蛇」）與原因</li> <li>3. 調查對於遊戲是否有覺得須改進之處（提供建議）</li> </ol>

### 六、評鑑與檢討

作品：繞來繞去填數字——探討六邊形數字遊戲路線解題策略	
遊戲感想	<p>這2個數字遊戲，對我們有很大的影響，它讓我們感受到數學很有趣，因為這2個遊戲很好玩又有挑戰性，所以我們會更愛數學。期待未來有機會，可以認識更多有趣的遊戲；也謝謝老師，帶我們一起玩數學。</p>
研究感想	<p>它讓我們跨出了人生的第一步，因為在研究的過程中，我們學會如何表達自己的想法；它也讓我們對研究產生了更多興趣，未來我也想繼續做關於數學的研究，體驗豐富的數學世界，和數學當好朋友。</p>
收穫與學習	<p>能夠發明這麼厲害的數字遊戲，讓我們感到十分欽佩。老師說過：「想像力與創造力，是人類最珍貴的禮物與寶藏。」玩過「蜜蜂數字」與「六角數字蛇」之後，我們更加明白想像力與創造力的重要；我們以後也想嘗試做做看，創作、設計自己的數學遊戲，介紹給大家。</p>



## 七、參考資料

(一)保羅·杜蒙(Paul Dumont), 薩維埃·戴倫(Xavier Délen)(2019), 《RIKUDO 六角數字蛇：新符號、新規則、新數字邏輯遊戲，6 大難度級別，挑戰你的思考極限！》。

(二)「來遊戲」網站，蜜蜂數字。

<https://thomasti.pixnet.net/blog/search/%E8%9C%9C%E8%9C%82/1>

(三)中華民國第 54 屆中小學科學展覽會-作品說明書：高中組-數學科-佳作(2014)，〈蜜蜂路徑——找回失落的數字〉。