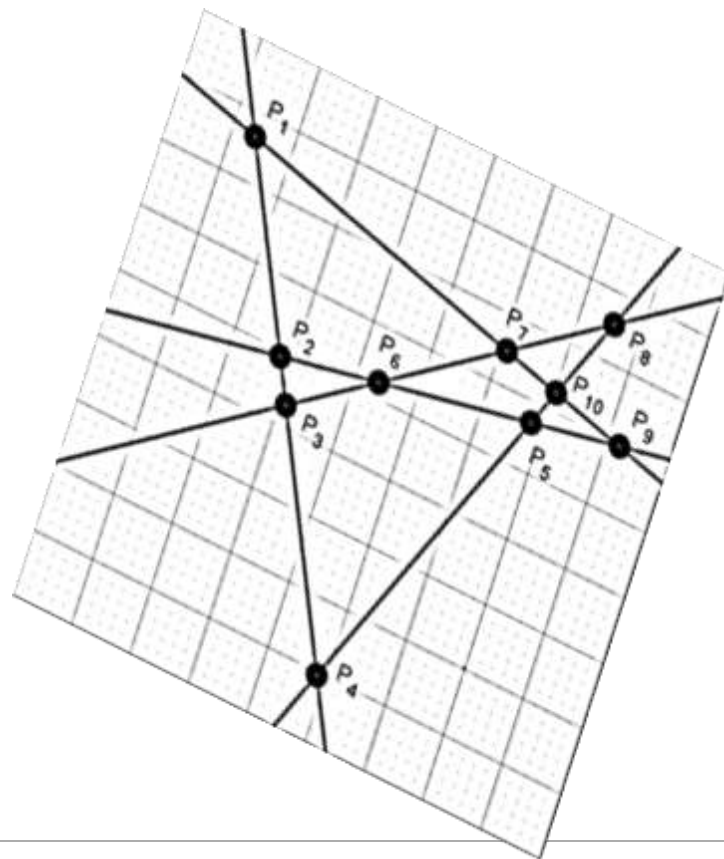


# 標好標滿



作者：葉采誼、蔡佩荃

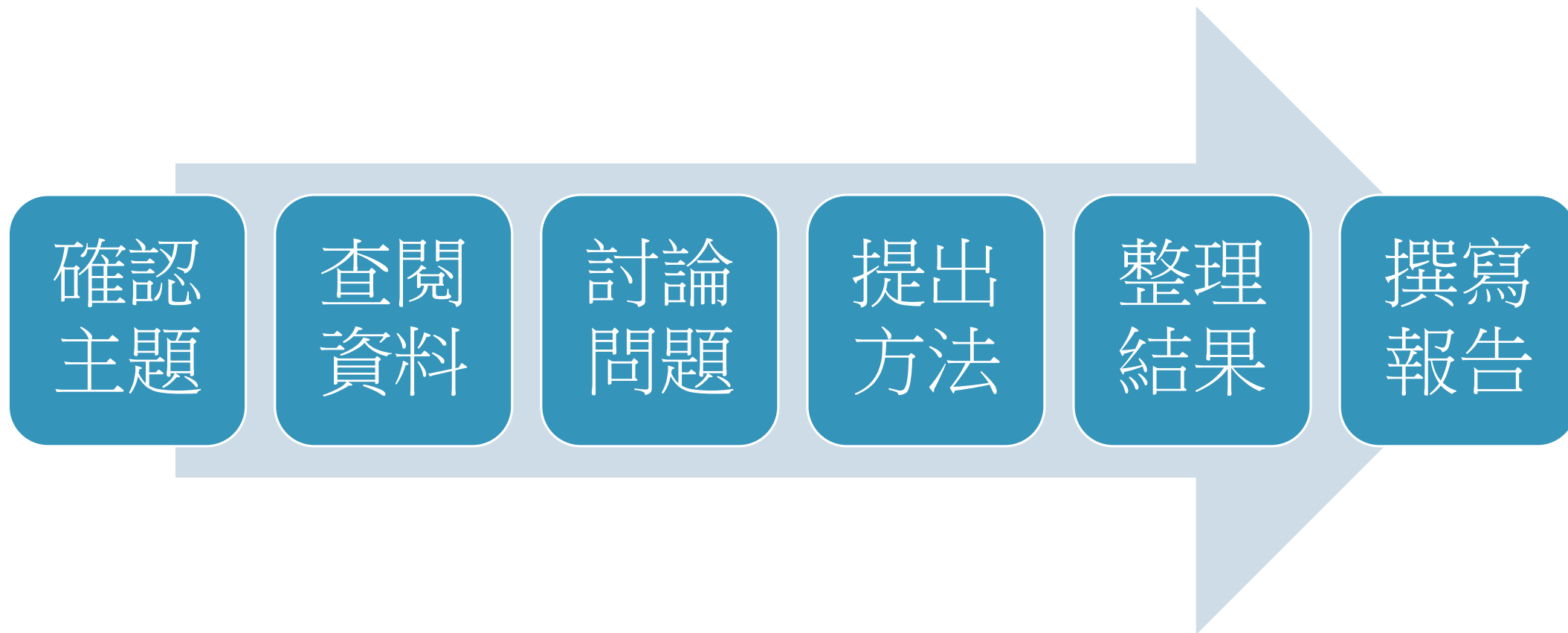
# 題目介紹

---

我們將 $n$ 條直線、兩兩相交，在每個交點上標上一個數字，若線上有三個交點，三個交點應填入數字1、2、3，且各出現一次，應該怎麼做？如果直線有更多條，結果又是如何呢？

# 研究流程

---



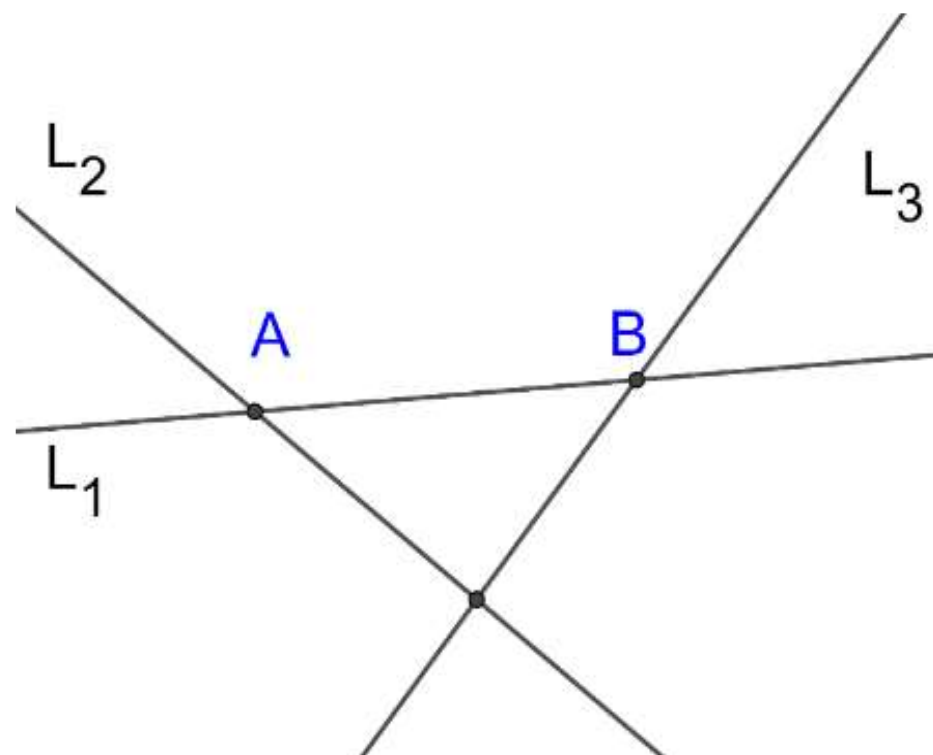
# 研究問題

---

1.  $n$ 條線相交，每一條線交點填入數字， $n$ 有何限制？
2.  $n$ 個圓相交，每一個圓交點填入數字， $n$ 有何限制？

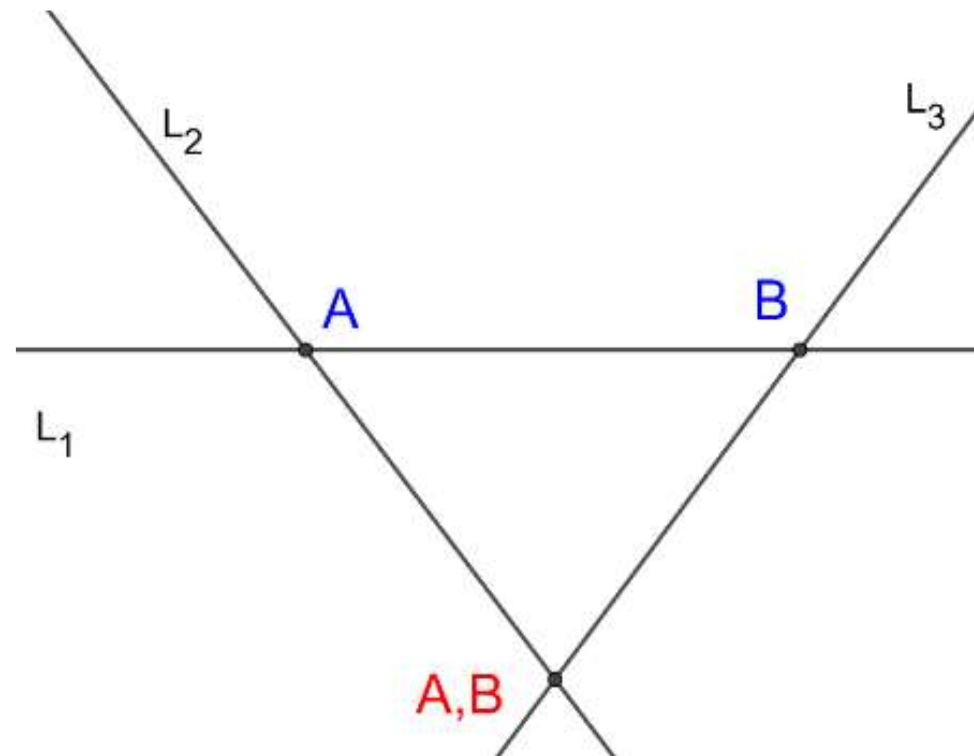
## 實驗步驟(三條線)

在 $L_1$ 、 $L_2$ 的交點上填入 $A$   
在 $L_1$ 、 $L_3$ 的交點上填入 $B$   
如右圖所示。



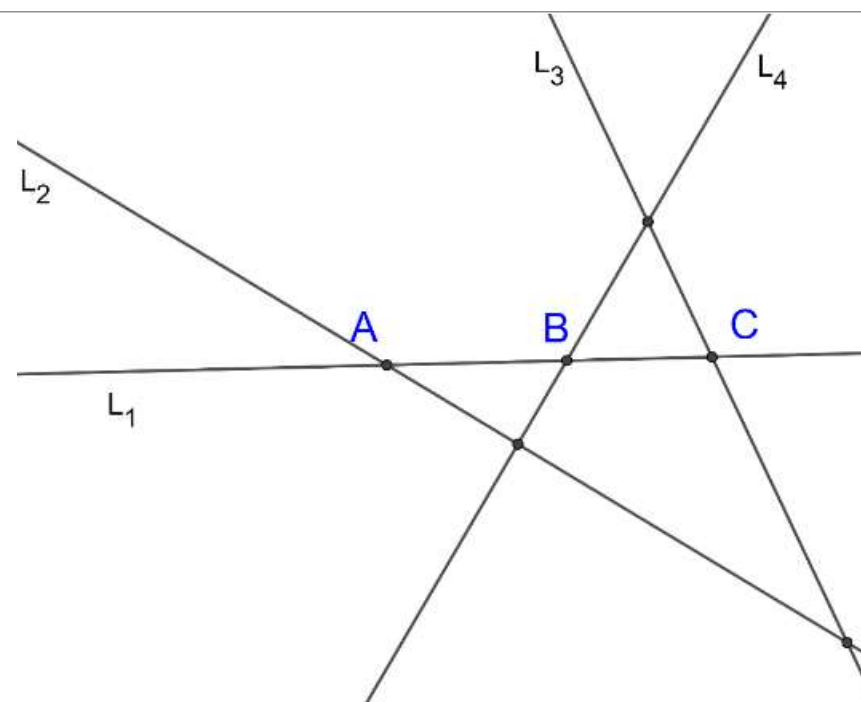
## 實驗步驟(三條線)

判斷在 $L_2$ 、 $L_3$  的交點上是否能填入A或B，如右圖所示。



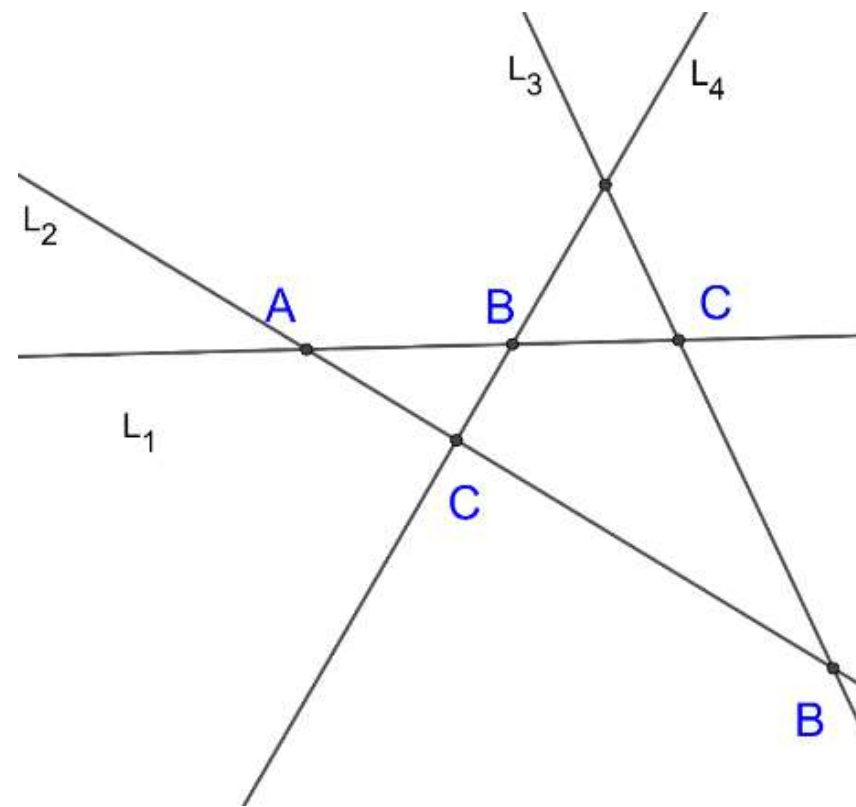
## 實驗步驟(四條線)

在  $L_1$  、  $L_2$  的交點上填入  $A$  ，  
在  $L_1$  、  $L_4$  的交點上填入  $B$  ，  
在  $L_1$  、  $L_3$  的交點上填入  $C$  ，  
如右圖所示。



## 實驗步驟(四條線)

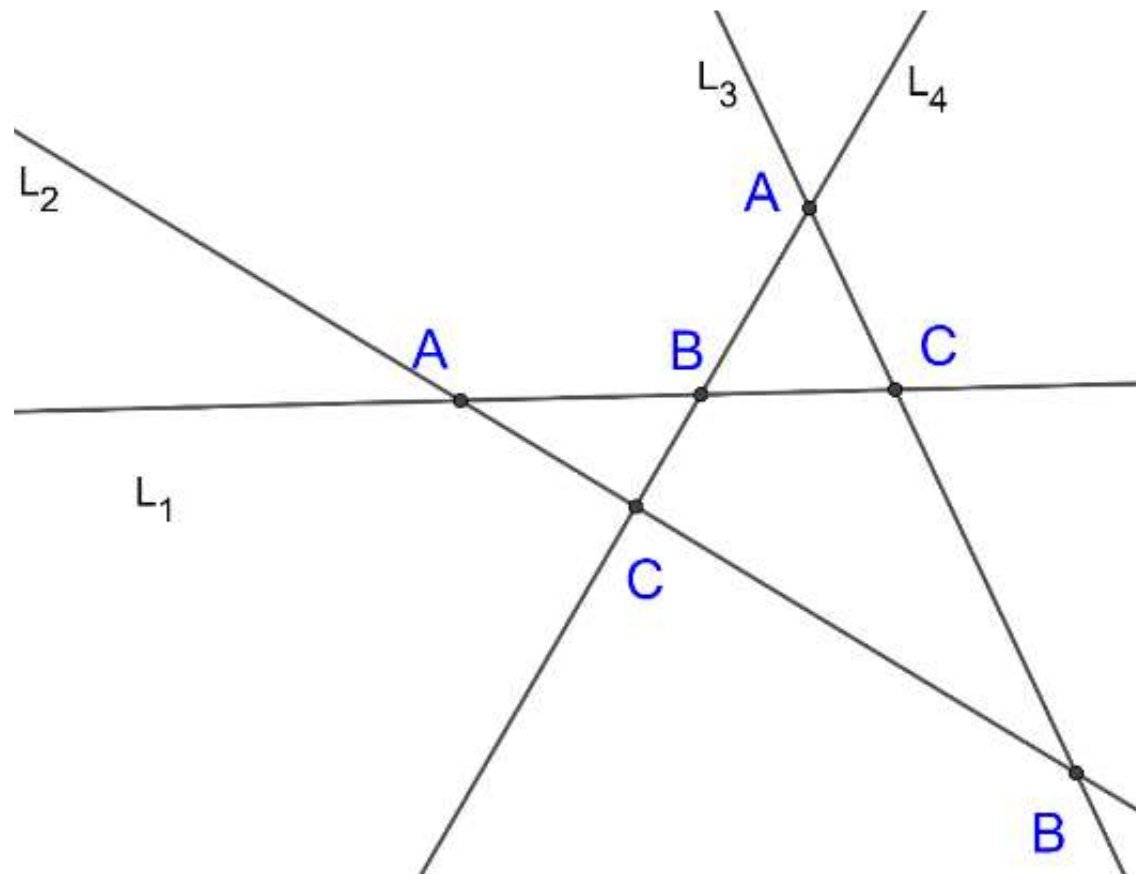
在  $L_2$  、  $L_4$  的交點上填入C，  
在  $L_2$  、  $L_3$  的交點上填入B，  
如右圖所示。





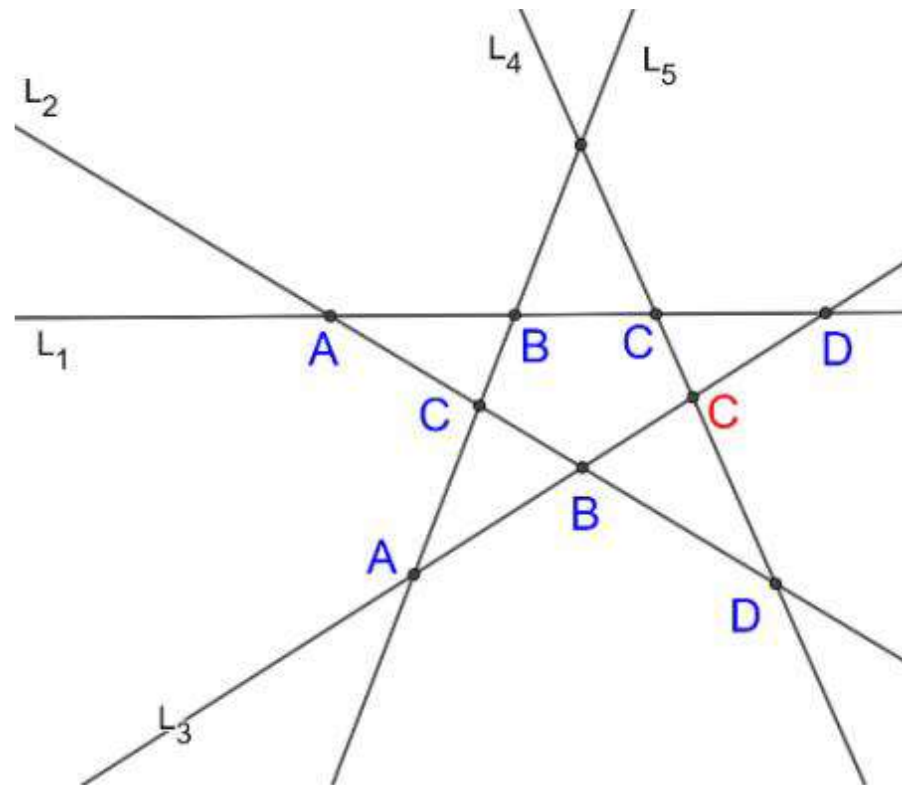
## 實驗步驟(四條線)

最後在  $L_3$ 、 $L_4$  的交點上填入A，如右圖所示。



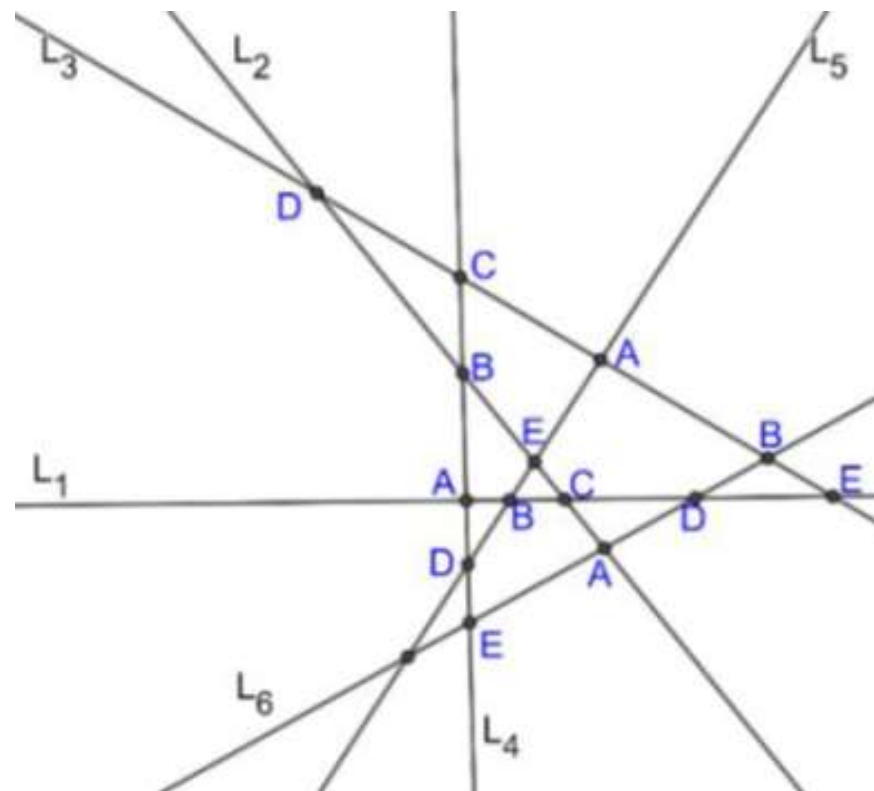
## 實驗步驟(五條線)

在  $L_3$ 、 $L_4$  的交點上試著填入  $C$ ，發現會和  $L_1$ 、 $L_4$  的交點重複，如右圖所示。



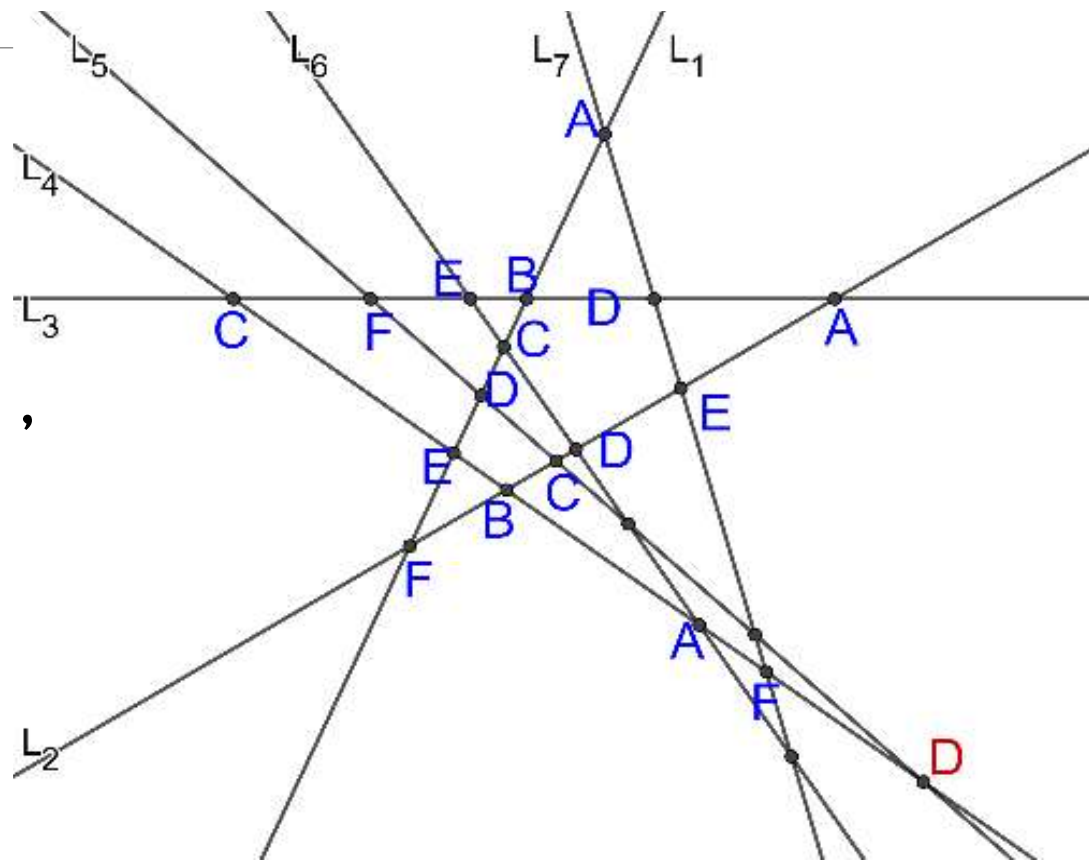
## 實驗步驟(六條線)

在  $L_4$ 、 $L_5$  的交點上填入D，  
在  $L_4$ 、 $L_6$  的交點上填入E，  
如右圖所示。



## 實驗步驟(七條線)

在  $L_4$ 、 $L_6$  的交點上填入A，  
在  $L_4$ 、 $L_7$  的交點上填入F，  
發現  $L_4$  上最後一點只能填入D，  
但會和  $L_5$  上的D重複，  
如右圖所示。

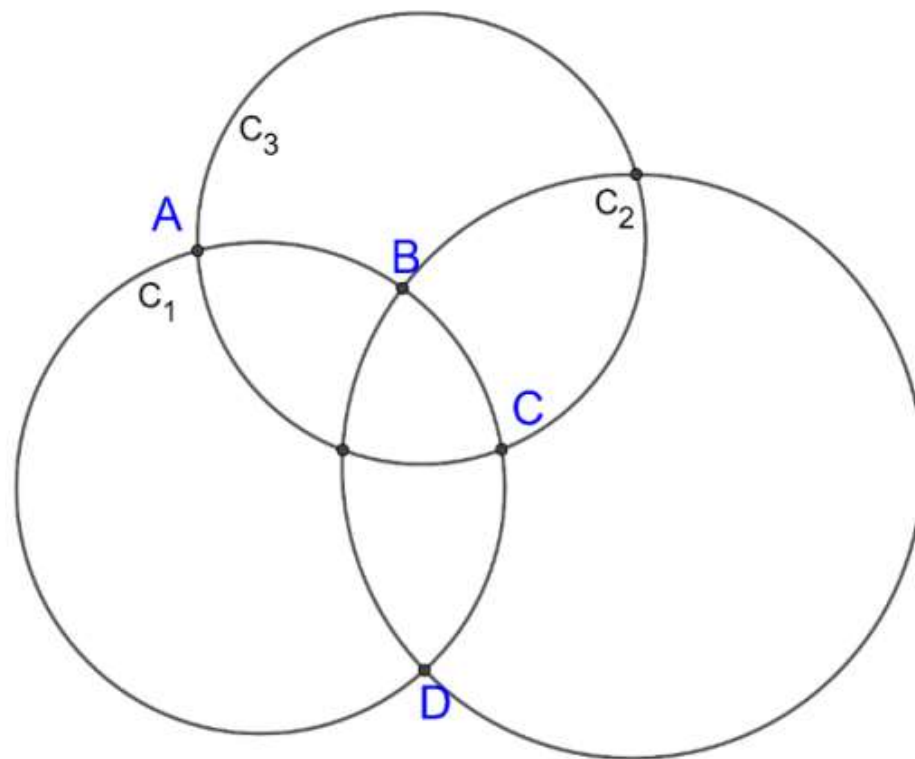


## 實驗步驟(三個圓)

在  $C_1$  的交點上分別填入

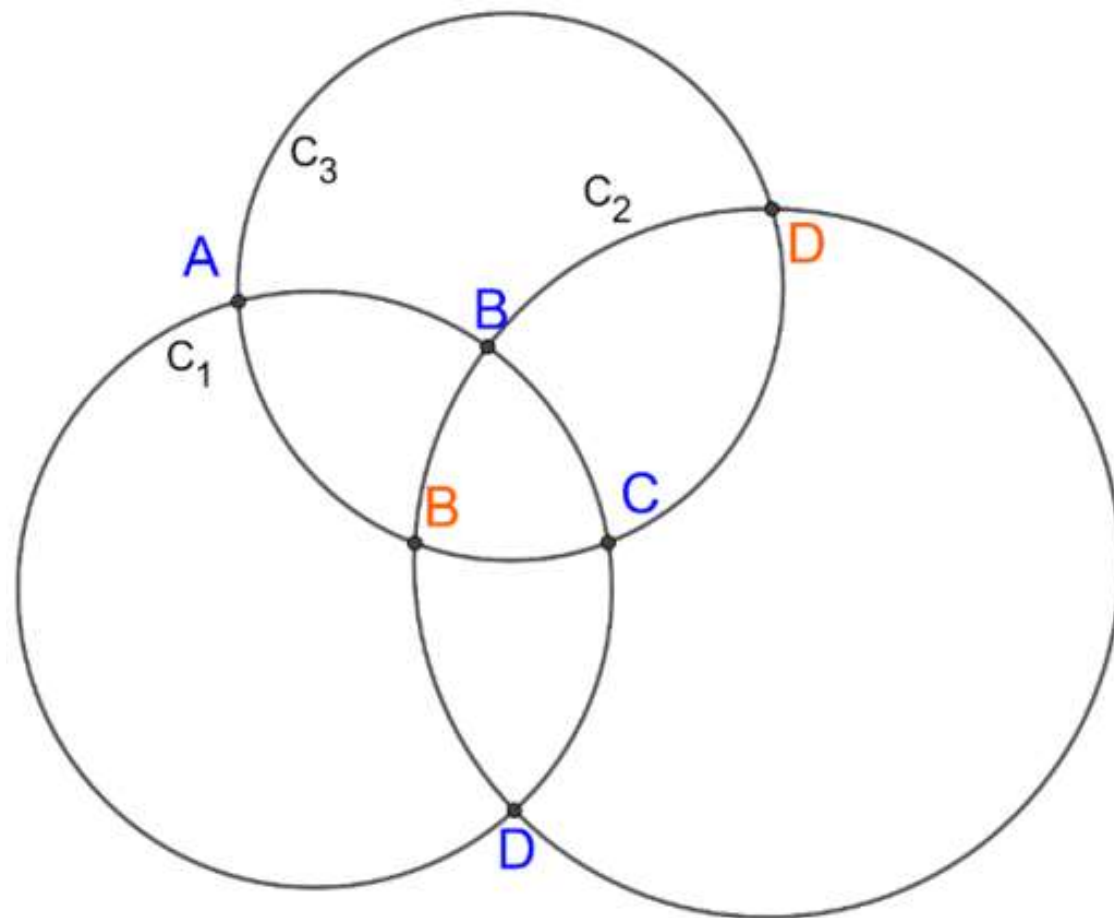
$A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$

如右圖所示。



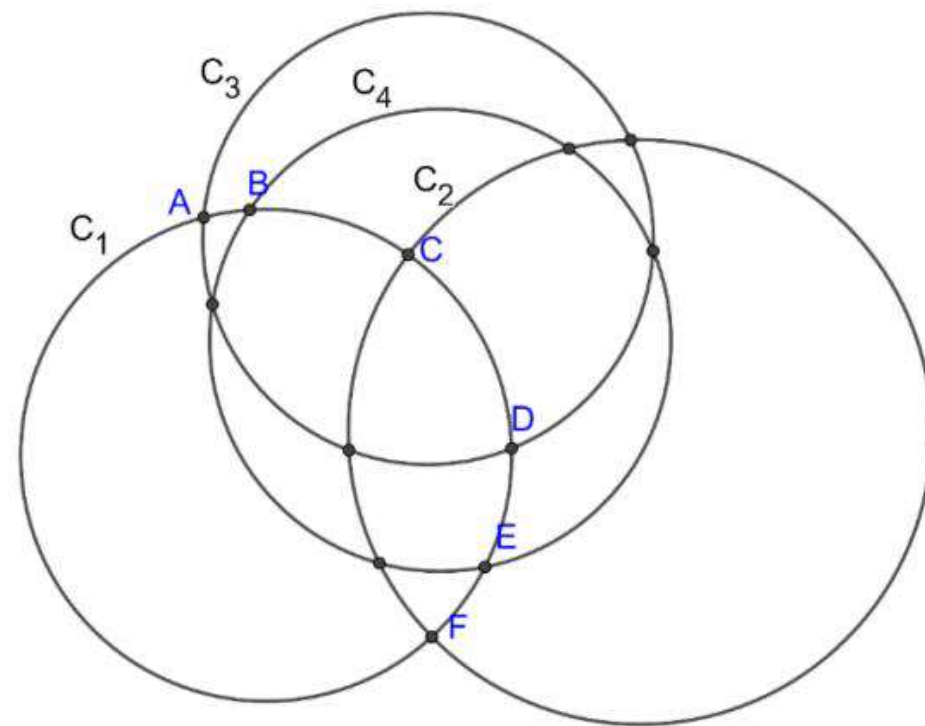
## 實驗步驟(三個圓)

發現  $C_2$ 、 $C_3$  的交點不管  
填入什麼都會重複，  
如右圖所示。



# 實驗步驟(四個圓)

在  $C_1$  的交點分別填入  
A、B、C、D、E、F  
如右圖所示。

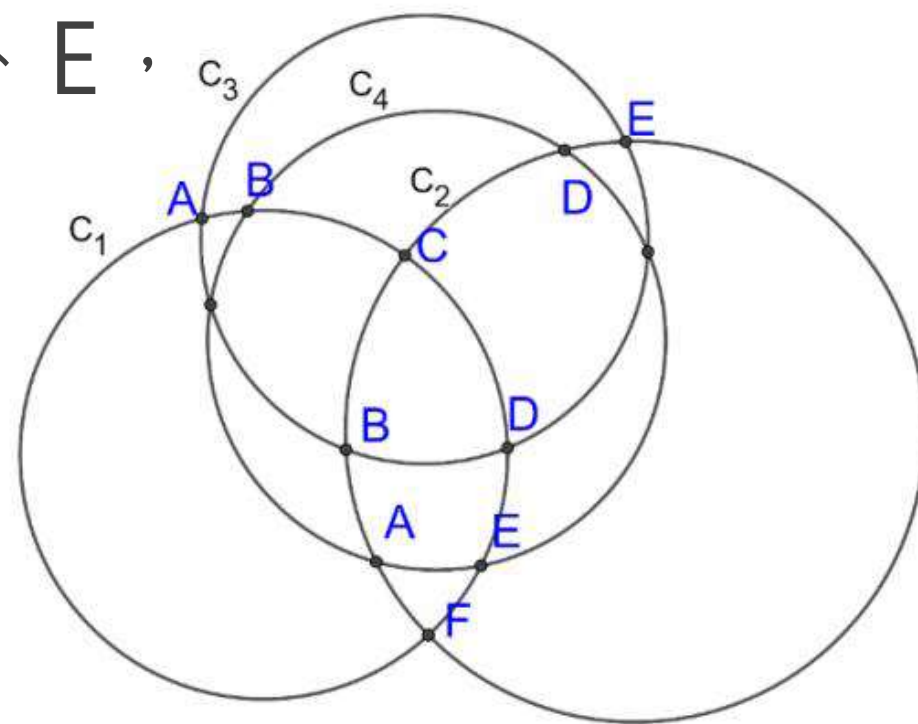


## 實驗步驟(四個圓)

在  $C_2$ 、 $C_4$  的交點分別填入 A、D，

在  $C_2$ 、 $C_3$  的交點分別填入 B、E，

如右圖所示。





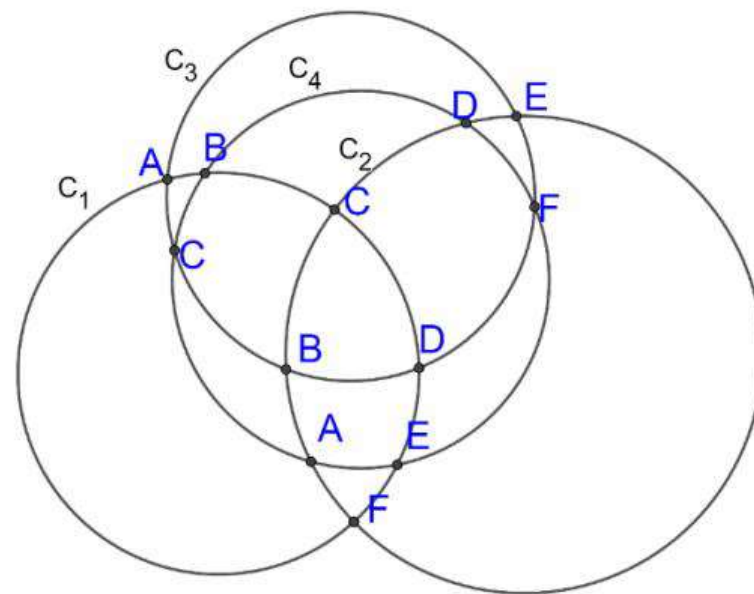
## 實驗步驟(四個圓)

在  $C_3$   $C_1$  的交點分別填入 A、C

在  $C_3$   $C_2$  的交點分別填入 B、E

在  $C_3$   $C_4$  的交點分別填入 C、F

如右圖所示。

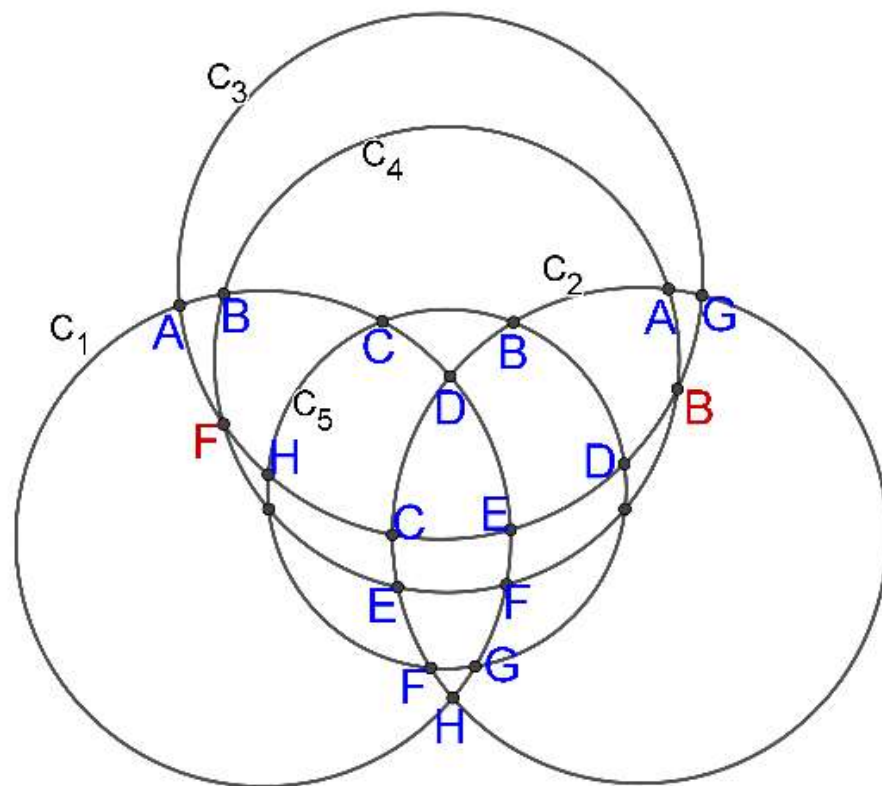


# 實驗步驟(五個圓)

發現  $C_3$  剩餘的點

不管填入甚麼都會重複，

如右圖所示。



## 實驗步驟(六個圓)

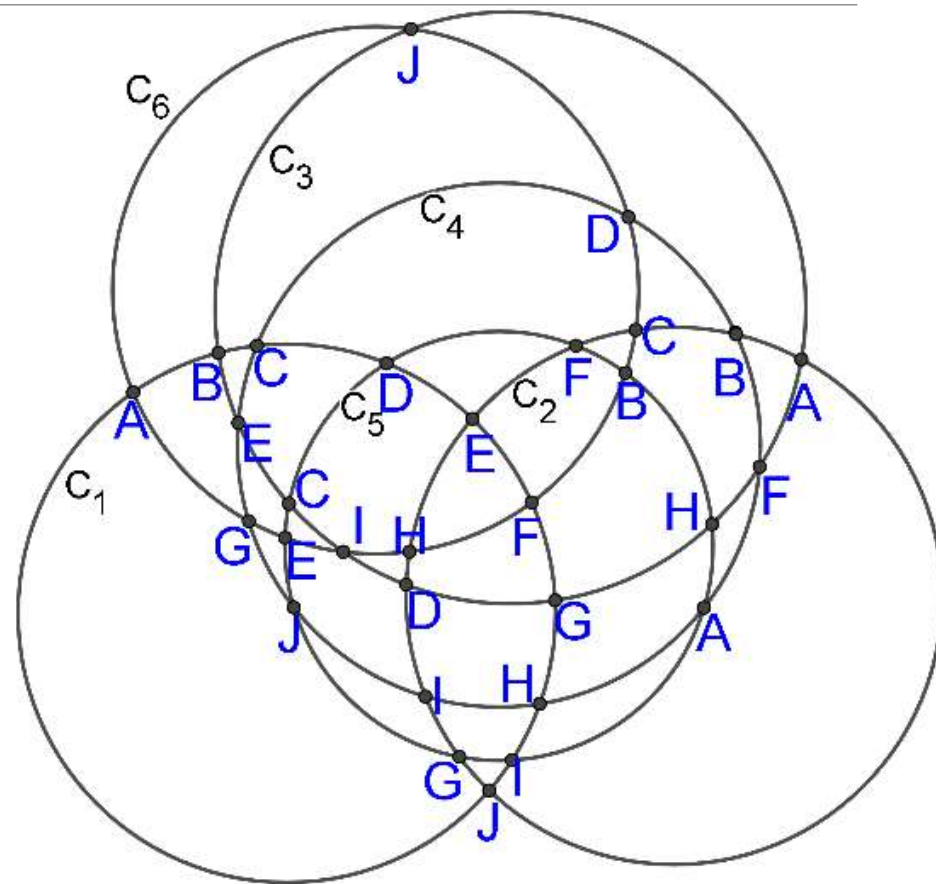
在原地每個交點填入

A、B、C、D、E

F、G、H、I、J

且每一個交點都沒有重複

如右圖所示。



# 結論

## 三條線

	$L_1$	$L_2$	$L_3$
$L_1$		$A$	$B$
$L_2$	$A$		
$L_3$	$B$	★	

1

	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$
$L_1$		$A$	$B$	$C$
$L_2$	$A$			
$L_3$	$B$			
$L_4$	$C$			

2

	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$
$L_1$		$A$	$B$	$C$
$L_2$	$A$		$C$	$B$
$L_3$	$B$	$C$		
$L_4$	$C$	$B$		

3

	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$
$L_1$		$A$	$B$	$C$
$L_2$	$A$		$C$	$B$
$L_3$	$B$	$C$		$A$
$L_4$	$C$	$B$	$A$	

# 結論

## 五條線

	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$	$L_5$
$L_1$		$A$	$B$	$C$	$D$
$L_2$	$A$		$C$	$B$	$A$
$L_3$	$B$	$C$			
$L_4$	$C$	$B$			
$L_5$	$D$	$A$	★		

## 六條線

	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$	$L_5$	$L_6$
$L_1$		$A$	$B$	$C$	$D$	$E$
$L_2$	$A$		$C$	$D$	$E$	$B$
$L_3$	$B$	$C$		$E$	$A$	$D$
$L_4$	$C$	$D$	$E$		$B$	$A$
$L_5$	$D$	$E$	$A$	$B$		$C$
$L_6$	$E$	$B$	$D$	$A$	$C$	

# 結論

## 三個圓

	$C_1$	$C_2$	$C_3$
$C_1$		$(A, B)$	$(C, D)$
$C_2$	$(A, B)$		
$C_3$	$(C, D)$	★	

## 四個圓

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
$C_1$		$(A, B)$	$(C, D)$	$(E, F)$
$C_2$	$(A, B)$		$(E, F)$	$(C, D)$
$C_3$	$(C, D)$	$(E, F)$		$(A, B)$
$C_4$	$(E, F)$	$(C, D)$	$(A, B)$	

# 結論

## 五個圓

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
$C_1$		$(A, B)$	$(C, D)$	$(E, F)$	$(G, H)$
$C_2$	$(A, B)$		$(E, F)$	$(G, H)$	$(C, D)$
$C_3$	$(C, D)$	$(E, F)$		$(A, B)$	
$C_4$	$(E, F)$	$(G, H)$	$(A, B)$		
$C_5$	$(G, H)$	$(C, D)$	★		

## 六個圓

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$
$C_1$		$(A, B)$	$(C, D)$	$(E, F)$	$(G, H)$	$(I, J)$
$C_2$	$(A, B)$		$(I, J)$	$(G, H)$	$(C, D)$	$(E, F)$
$C_3$	$(C, D)$	$(I, J)$		$(A, B)$	$(E, F)$	$(G, H)$
$C_4$	$(E, F)$	$(G, H)$	$(A, B)$		$(I, J)$	$(C, D)$
$C_5$	$(G, H)$	$(C, D)$	$(E, F)$	$(I, J)$		$(A, B)$
$C_6$	$(I, J)$	$(E, F)$	$(G, H)$	$(C, D)$	$(A, B)$	

# 結果

---

當線是【偶數】條時，能在每一條線上交點處填入正整數  $1、2、3、\dots、(n-1)$  且每個正整數剛好各出現一次。

當圓是【偶數】個時，能在每一個圓上交點處填入正整數  $1、2、3、\dots、(n-1)$  且每個正整數剛好各出現一次。



*Thank  
You!*

A close-up photograph of a hand holding a blue ballpoint pen, writing the words 'Thank You!' in a black, elegant cursive script on a white surface. The pen is positioned at the end of the word 'You!', with the tip just finishing the final flourish.

敬請評審指導