

# 彰化縣 109 學年度國民中小學學生獨立研究作品徵選 作品說明書（內文）

## 第一階段 研究訓練階段

### 一、 近二年學校獨立研究課程之規劃

#### （一）獨立研究課程的目的：

1. 培養學生研究的興趣與精神
2. 提供學生實際研究的經驗
3. 加強學生研究方法的訓練
4. 培養學生獨立及自學的能力
5. 提高學生問題解決的能力
6. 發展學生高層思考的能力

#### （二）獨立研究課程規劃原則：

	課程安排	師生參與課程方式
五年級	<ol style="list-style-type: none"><li>1.以獨立研究為課程主軸。</li><li>2.獨立研究作品評析。</li><li>3.以個人或分組方式進行獨立研究。</li><li>4.完成作品並發表。</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1.全部學生皆需修課。</li><li>2.分成數學、自然與生活科技和人文科學三組。</li><li>3.各作品有第一指導老師，另協同指導。</li></ol>
六年級	<ol style="list-style-type: none"><li>1.以專題研究、科展研究為課程主軸。</li><li>2.科展作品、專題報告之評析。</li><li>3.以個人或分組方式進行科展研究。</li><li>4.完成作品並發表。</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1.全部學生皆需修課。</li><li>2.分成數學、自然和生活應用科學三組。</li><li>3.科展研究採分組進行研究和指導。</li><li>4.各作品有第一指導老師，另協同指導。</li></ol>

## 二、 學校如何提供該生獨立研究訓練

### (一) 獨立研究基礎能力課程：

單元名稱	授課內容摘要
如何選定研究主題	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 研究主題的分類。</li><li>2. 研究主題實例討論。</li><li>3. 練習訂定不同類別的研究主題。</li><li>4. 研究主題分享和討論。</li></ol>
如何收集參考資料	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 參考資料有哪些。</li><li>2. 收集參考資料的管道和可利用的工具。</li><li>3. 分享和討論。</li></ol>
篩選並統整參考資料	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 參考資料的歸檔和分類。</li><li>2. 參考資料的呈現。</li><li>3. 分享和討論。</li></ol>
研究方法與計畫	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 認識研究方法。</li><li>2. 依主題決定研究方法並擬定研究計畫。</li><li>3. 分享並討論研究方法與計畫。</li></ol>
問卷的編製	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 認識問卷編製的方法和過程。</li><li>2. 問卷編製練習和實作。</li><li>3. 問卷的分享和討論。</li></ol>
資料的統計與分析	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 問卷資料的轉換和建檔。</li><li>2. Excel 程式的介紹和練習。</li><li>3. 問卷資料的統計和分析結果。</li><li>4. 分享分析結果和討論</li></ol>
自然科學獨立研究	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 閱讀自然科學類獨立研究。</li><li>2. 找尋相關主題並訂定子題。</li><li>3. 收集相關資料並進行文獻探討。</li><li>4. 擬定研究方法和計畫。</li><li>5. 分享並討論研究計畫。</li></ol>

<p>人文社會獨立研究</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 閱讀人文社會類獨立研究。</li> <li>2. 找尋相關主題並訂定子題。</li> <li>3. 收集相關資料並進行文獻探討。</li> <li>4. 擬定研究方法和計畫。</li> <li>5. 分享並討論研究計畫。</li> </ol>
<p>數學獨立研究</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 閱讀數學類獨立研究。</li> <li>2. 找尋相關主題並訂定子題。</li> <li>3. 收集相關資料並進行文獻探討。</li> <li>4. 擬定研究方法和計畫。</li> <li>5. 分享並討論研究計畫。</li> </ol>
<p>實驗式獨立研究</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 閱讀實驗式獨立研究。</li> <li>2. 找尋相關主題並訂定子題。</li> <li>3. 收集相關資料並進行文獻探討。</li> <li>4. 擬定研究方法和實驗計畫。</li> <li>5. 分享並討論研究計畫。</li> </ol>
<p>研究問題、 困難的解決</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 進行研究時如何發現問題和困難。</li> <li>2. 記錄研究時產生的問題和困難</li> <li>3. 找尋解決問題、困難的方法和資源。</li> </ol>

(二) 獨立研究作品實作課程：

單元名稱	授課內容摘要
獨立研究主題初探	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 從日常生活中找尋想要研究的主題。</li><li>2. 蒐集與主題相關研究的資訊。</li><li>3. 分析研究主題的困難和可行性。</li></ol>
擬定工作進度表	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 研究工作之分析。</li><li>2. 擬定年度工作進度表。</li></ol>
擬定初步研究問題及研究目的	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 決定初步決定可研究的問題。</li><li>2. 決定初步的研究目的。</li></ol>
找尋相關資源	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 尋找與研究相關之文獻、研究工具。</li><li>3. 找尋可提供相關資訊的專家或老師。</li></ol>
擬定正式研究問題及研究目的	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 修正或剔除不可行的研究問題、目的。</li><li>2. 確認正式的研究問題及目的。</li></ol>
研究計畫發表會	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 撰寫正式研究計畫前四章節。</li><li>2. 舉辦研究計畫發表會。</li><li>3. 研究計畫優缺點分析和修正。</li></ol>
進行研究	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 進行研究、記錄研究結果。</li><li>2. 隨時提出遇到的困難和疑問。</li><li>3. 分析和討論解決研究困難的方法。</li></ol>
提出研究成果	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 分析取得的研究結果。</li><li>2. 繪製相關表格、統計圖，撰寫研究結果。</li><li>4. 分析和討論並提出研究結論。</li></ol>
成果發表會與分享	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 製作成果海報或 PPT 檔，舉辦發表會。</li><li>3. 分析與討論作品優、缺點。</li></ol>

## 第二階段 獨立研究階段

### 一、研究動機

我自己很喜歡玩數獨，有空時就喜歡解數獨讓自己腦力激盪一下，最近老師教我們幻方，讓我非常感興趣，覺得幻方和數獨有相似之處，似乎可以進一步結合成一種新遊戲，於是和好朋友商量後，將我們的點子告訴老師，老師很支持我們的想法，建議我們可以以幻方為主要內容，結合數獨與桌遊設計一款介紹幻方的數學遊戲，進一步推廣、介紹給同學玩。

### 二、擬定研究目的、研究工具、正式計畫及工作進度表

#### (一) 研究目的

- 1、了解幻方定義、填製方法
- 2、設計一款結合幻方概念與數獨玩法的桌遊遊戲。
- 3、將自製幻方桌遊進行試玩、問卷調查。

#### (二) 研究工具

- 1、研究設備：紙、筆、電腦。
- 2、桌遊材料：籌碼、塑膠幣、撲克牌、迷你撲克牌、幻方題目卡及自製牌架。

(三) 正式計畫

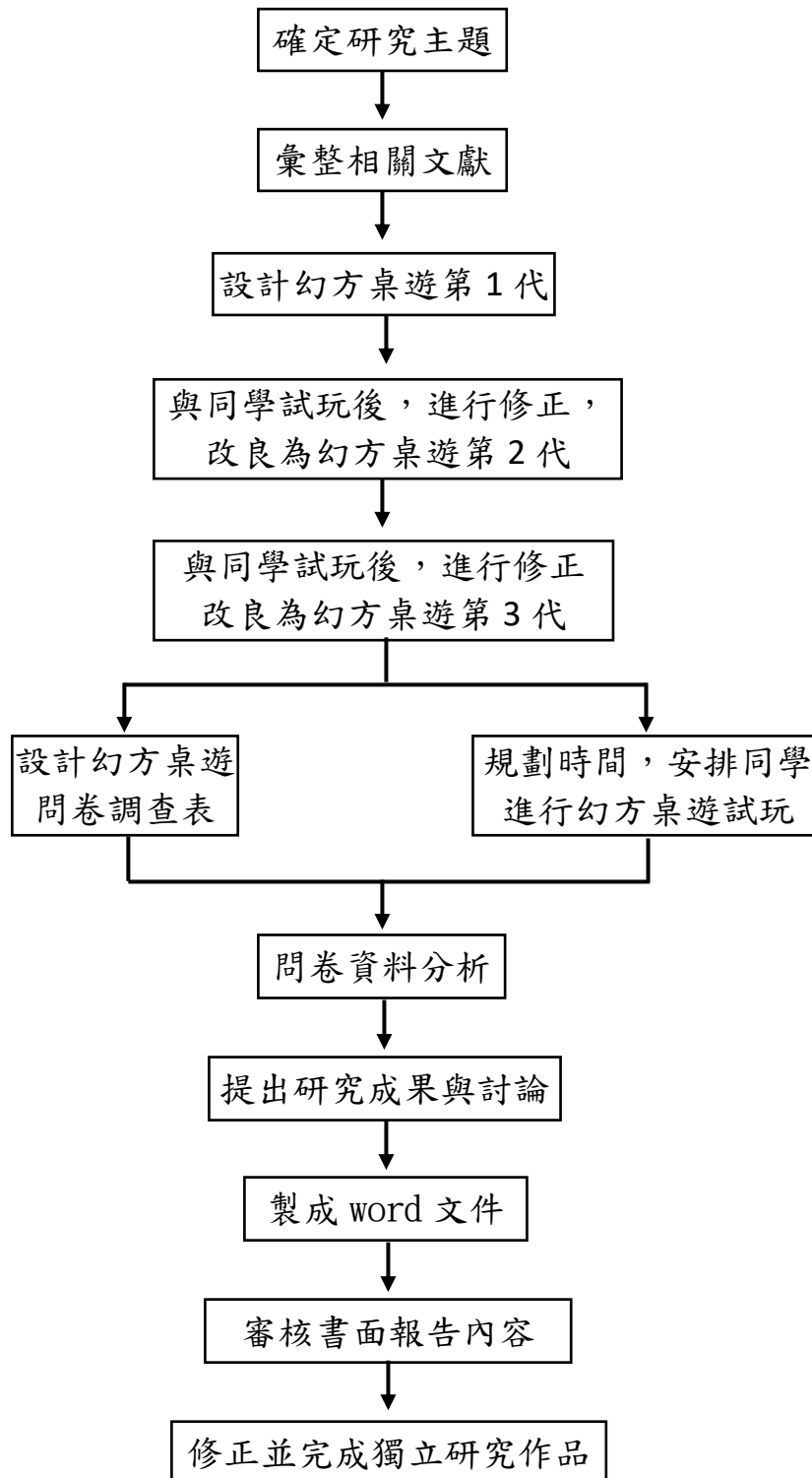


圖 1. 研究計畫圖

#### (四) 工作進度表

月份	工作進度
三月	1、上網搜尋有興趣的研究主題。 2、與指導老師討論，並決定研究主題與研究方向。
四月	1、搜尋幻方相關資料及文獻探討。 2、搜尋市面上是否有合適的桌遊可改良成幻方桌遊。
五月	1、自製幻方桌遊第 1 代、第 2 代、第 3 代。 2、自製幻方桌遊试玩、改良並設計遊戲規則。
六月	1、自製幻方桌遊第 3 代進行班級试玩。 2、請试玩同學填寫問卷並歸納整理問卷結果。
七月 八月	1、和老師討論、修改獨立研究說明書。 2、整理資料。
九月	完成獨立研究說明書及報名資料。

### 三、彙整相關文獻

#### (一) 幻方(Magic square)

幻方又稱魔方陣， $n$  階幻方是指有  $n$  行  $n$  列的  $n \times n$  正方形方陣，填入連續正整數 1 到  $n^2$  (每個數字不重複)，使得方陣的每行、每列以及兩條對角線的和都相等，即為一幻方方陣。

幻方(魔方陣)雖然是由英文 *magic square* 轉譯而來，但歷史上第一個有關幻方的記載，卻是出現在中國，相傳夏禹時代，大禹治水時由黃河和洛水分別浮出了兩隻祥獸：龍馬與神龜，背上各有一幅圖，龍馬背上的圖後世稱之為河圖，而神龜背上的圖後世稱之為洛書。洛書若用數字表示，就是用 1-9 九個數字，填在九個格子裡，使每一行、每一列以及兩條對角線上 3 個數字的和都等於 15，即為現在的 3 階幻方，所以後來這種 3 階幻方就被稱作洛書。

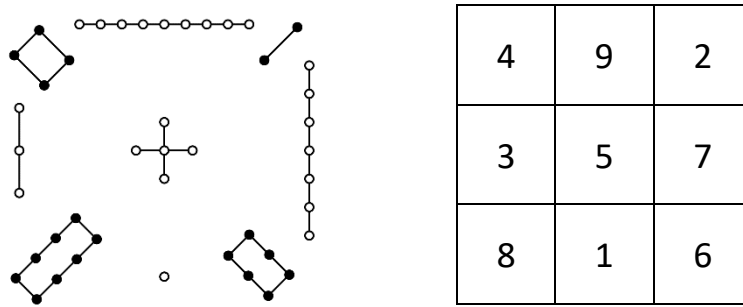


圖 2. 洛書

## (二)幻方的基本概念

### 1. 魔常數(Magic constant)：

幻方中各行、各列及對角線上數字的和，稱為魔常數。

### 2. 全等幻方：

幻方經過旋轉(原圖，順時針 90 度，順時針 180 度，順時針 270 度)以及鏡射(鉛直對稱軸鏡射，水平對稱軸鏡射，左上-右下對稱軸鏡射，右上-左下對稱軸鏡射)共可得到八個相異的幻方，但通常把這八個幻方看成同一個幻方，稱為全等幻方。

### 3. 將旋轉與鏡射所得到的幻方視為全等幻方的前提下，目前已知關於 $n$ 階幻方的總數：

- (1) 1 階幻方僅有 1 個，魔常數是 1。
- (2) 2 階幻方不存在。
- (3) 3 階幻方僅有 1 個，魔常數是 15。
- (4) 4 階幻方有 880 個，魔常數是 34。
- (5) 5 階幻方有 275,305,224 個，魔常數是 65。

## (三) 4 階幻方填製法

製作 4 階幻方的方法有很多種，我們寫出其中三種如下：

### 1. 方法一：

- (1) 把 1-16 填進一個  $4 \times 4$  的表格裡，如下圖 3 左：



(2) 把對角線上的數字對換位置，一個 4 階幻方就完成了，如下圖 3 右：

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

→

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

圖 3. 4 階幻方填製法(方法一)

2.方法二：

(1) 把 1-16 填進一個 4×4 的表格裡，如下圖 4 左：

(2) 對角線上的數字不動，其他數字交叉對換位置，一個 4 階幻方就完成了，如下圖 4 右：

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

→

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

圖 4. 4 階幻方填製法(方法二)

3.方法三：

(1) 把 1-16 填進一個 4×4 的表格裡，如下圖 5 左：

(2) 把四個角落的數字對換位置，中間上下兩列的數字各自左右對換位置，正中間兩行的數字各自上下對換位置，一個 4 階幻方就完成了，如下圖 5 右：

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

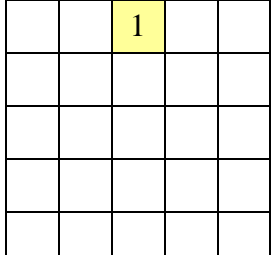
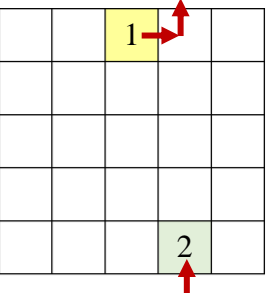
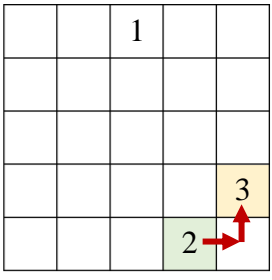
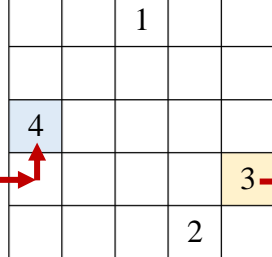
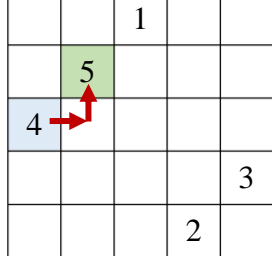
→

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

圖 5. 4 階幻方填製法(方法三)

#### (四) 5 階幻方填製法

製作 5 階幻方的方法有很多種，因頁數限制關係，我們僅寫出其中一種，使用口訣：「1 立首列中，右 1 上 1，受阻下 1」

<p><b>步驟 1</b>：「1 立首列中」 把 1 放在第一列的中央位置，即(3,1)位置。</p>	
<p><b>步驟 2</b>：「右 1 上 1」 由目前位置(3,1)向右 1 格到(4,1)，再向上 1 格已超出方陣範圍，假想方陣的上下方是接合在一起，所以超出上方之後，下 1 格就是最下方的(4,5)，將 2 放在這個位置上。</p>	
<p><b>步驟 3</b>：再一次「右 1 上 1」 由目前位置(4,5)向右 1 格到(5,5)，再向上 1 格到(5,4)，把 3 放在這個位置上。</p>	
<p><b>步驟 4</b>：再一次「右 1 上 1」 由目前位置(5,4)向右 1 格時，因已超出方陣右側範圍，所以右 1 就是移到最左側位置(1,4)，再向上 1 格到(1,3)，把 4 放在這個位置上。</p>	
<p><b>步驟 5</b>：再一次「右 1 上 1」 由目前位置(1,3)向右 1 格到(2,3)，再向上 1 格到(2,2)，把 5 放在這個位置上。</p>	

**步驟 6**：遇受阻，使用「受阻下 1」  
 1. 由目前位置(2,2)向右 1 格到(3,2)，再向上 1 格到(3,1)，但是 1 已經在(3,1)的位置上了，這種情形稱為「受阻」，遇到受阻則必須使用受阻的規則。

		1		
	5	↑	✗受阻	
4				
				3
			2	

2. 受阻的規則是：「受阻下 1」  
 由目前位置(2,2)向下 1 格到(2,3)，把 6 放在這個位置上。

		1		
	5			
4	6			
				3
			2	

**步驟 7**：依照「右 1 上 1」  
 由目前 6 的位置依照右 1 上 1 的規則，依序填上 7、8、9、10。

		1	8	
	5	7	↑	
4	6	↑	↑	
10				3
			2	9

**步驟 8**：遇受阻，使用「受阻下 1」  
 由目前 10 的位置右 1 上 1 時遇到受阻，改使用受阻下 1，從目前 10 的位置向下一格填入 11。

		1	8	
	5	7		
4	6			
10				3
11			2	9

**步驟 9**：  
 依序使用「右 1 上 1」、「受阻下 1」的方式，填滿方陣，一個 5 階幻方就完成了。

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

#### (五)文獻資料

1. 第 37 屆中小學科學展覽會作品—幻方研究，參考此項作品對於幻方個數的計算結果。
2. 參考尤怪之家網站中尤怪魔宮對於幻方的相關概念、全等幻方的介紹及幻方填製法。
3. 參考戀練數學：「有趣的魔方陣」關於中西方幻方的歷史演進的介紹。
4. 臺南市 108 年度國小學生獨立研究競賽作品—魔方陣 123 看誰先達陣，參考此項作品幻方填製方法。

#### 四、資料分析

##### (一) 幻方資料分析

1. 4 階幻方的數字組合：
  - (1) 4 階幻方有 880 個。
  - (2) 由 1-16 所組成的 4 階幻方裡，其各行、各列及對角線 4 個數字的和是 34， $(1+16) \times 16 \div 2 \div 4 = 34$ ，所以魔常數是 34。
  - (3) 可組成和為 34 的數字組合如下：(共 86 種)  
1-16 任選 4 個數字相加=魔常數 34，共有 86 種：

1+2+15+16	1+3+14+16	1+4+13+16	1+5+12+16	1+6+11+16
1+7+10+16	1+8+9+16	1+4+14+15	1+5+13+15	1+6+12+15
1+7+11+15	1+8+10+15	1+6+13+14	1+7+12+14	1+8+11+14
1+9+10+14	1+8+12+13	1+9+11+13	1+10+11+12	2+3+13+16
2+4+12+16	2+5+11+16	2+6+10+16	2+7+9+16	2+3+14+15
2+4+13+15	2+5+12+15	2+6+11+15	2+7+10+15	2+8+9+15
2+5+13+14	2+6+12+14	2+7+11+14	2+8+10+14	2+7+12+13
2+8+11+13	2+9+10+13	2+9+11+12	3+4+11+16	3+5+10+16
3+6+9+16	3+7+8+16	3+4+12+15	3+5+11+15	3+6+10+15
3+7+9+15	3+4+13+14	3+5+12+14	3+6+11+14	3+7+10+14

3+8+9+14	3+6+12+13	3+7+11+13	3+8+10+13	3+8+11+12
3+9+10+12	4+5+9+16	4+6+8+16	4+5+10+15	4+6+9+15
4+7+8+15	4+5+11+14	4+6+10+14	4+7+9+14	4+5+12+13
4+6+11+13	4+7+10+13	4+8+9+13	4+7+11+12	4+8+10+12
4+9+10+11	5+6+7+16	5+6+8+15	5+6+9+14	5+7+8+14
5+6+10+13	5+7+9+13	5+6+11+12	5+7+10+12	5+8+9+12
5+8+10+11	6+7+8+13	6+7+9+12	6+7+10+11	6+8+9+11
7+8+9+10				

2. 5 階幻方的數字組合：

(1) 5 階幻方有 275,305,224 個。

(2) 由 1-25 所組成的 5 階幻方裡，其各行、各列及對角線 5 個數字的和是 65， $(1+25) \times 25 \div 2 \div 5 = 65$ ，魔常數是 65。

(3) 組成和為 65 的數字組合如下：

①  $a+b+c+d+e=65$  的數字組合(首數以 1 開始)

1+2+13+24+25	1+2+14+23+25	1+2+15+22+25	1+2+16+21+25
1+2+17+20+25	1+2+18+19+25	1+2+15+23+24	1+2+16+22+24
1+2+17+21+24	1+2+18+20+24	1+2+17+22+23	1+2+18+21+23
1+2+19+20+23	1+2+19+21+22	1+3+12+24+25	1+3+13+23+25
1+3+14+22+25	1+3+15+21+25	1+3+16+20+25	1+3+17+19+25
1+3+14+23+24	1+3+15+22+24	1+3+16+21+24	1+3+17+20+24
1+3+18+19+24	1+3+16+22+23	1+3+17+21+23	1+3+18+20+23
1+3+18+21+22	1+3+19+20+22	1+4+11+24+25	1+4+12+23+25
1+4+13+22+25	1+4+14+21+25	1+4+15+20+25	1+4+16+19+25
1+4+17+18+25	1+4+13+23+24	1+4+14+22+24	1+4+15+21+24
1+4+16+20+24	1+4+17+19+24	1+4+15+22+23	1+4+16+21+23
1+4+17+20+23	1+4+18+19+23	因組合方式太多.....僅列出 47 種	

②  $a+b+c+d+e=65$  的數字組合(首數以 2 開始)

2+3+11+24+25	2+3+12+23+25	2+3+13+22+25	2+3+14+21+25
2+3+15+20+25	2+3+16+19+25	2+3+17+18+25	2+3+13+23+24
2+3+14+22+24	2+3+15+21+24	2+3+16+20+24	2+3+17+19+24
2+3+15+22+23	2+3+16+21+23	2+3+17+20+23	2+3+18+19+23
2+3+17+21+22	2+3+18+20+22	2+3+19+20+21	2+4+10+24+25
2+4+11+23+25	2+4+12+22+25	2+4+13+21+25	2+4+14+20+25
2+4+15+19+25	2+4+16+18+25	2+4+12+23+24	2+4+13+22+24
2+4+14+21+24	2+4+15+20+24	2+4+16+19+24	2+4+17+18+24
2+4+14+22+23	2+4+15+21+23	2+4+16+20+23	2+4+17+19+23
2+4+16+21+22	2+4+17+20+22	2+4+18+19+22	2+4+18+20+21
2+5+9+24+25	2+5+10+23+25	2+5+11+22+25	2+5+12+21+25
2+5+13+20+25	2+5+14+19+25	因組合方式太多.....僅列出 47 種	

- 由所蒐集到的文獻、我們進一步研究後所得到的資料分析，發現 3 階以下幻方組合方式唯一，5 階以上的幻方其組合方式、變因太多，不易探討，因此我們這次以變化狀況較少的 4 階幻方為研究重點。
- 我們希望我們的研究結果能對學習有所幫助，因此我們將幻方的原理結合現在流行的數獨玩法、桌遊模式，希望同學在遊戲過程中運用到：觀察力、數字組合、基本計算...，提供老師做為上課教具，希望同學能由不排斥數學到可以喜歡數學。

## (二) 設計一款結合幻方概念與數獨玩法的桌遊遊戲

### 1. 自製幻方桌遊第 1 代






- 設計理念發想：因為我們最近迷上璀璨寶石這款桌遊，所以我們就想能不能設計一款幻方桌遊，遊戲中有用到數獨題目設計的概念，讓同學可以透過我們的桌遊遊戲，來學

習幻方的相關數學知識，而遊戲過程又可以像璀璨寶石這  
款桌遊一樣好玩。

(2)幻方桌遊第 1 代材料：

① 寶石籌碼(紅寶石、藍寶石、綠寶石、瑪瑙、鑽石)

每種寶石各製作 20 個。

		
紅寶石籌碼	藍寶石籌碼	綠寶石籌碼
		
瑪瑙籌碼	鑽石籌碼	

② 數字牌卡

	數字 1-6 (難度★) 平均要用 4-5 個寶石 購買。
	數字 7-12 (難度★★) 平均要用 6-8 個寶石 購買。
	數字 13-16 (難度 ★★★)平均要用 9-14 個寶石購買。

③ 4 階幻方填製表

共有 3 種難度的 4 階幻方填製表，設計理念是參考數獨  
題目設計，空出格子讓玩家填數字來完成幻方。

	<p>綠色 4 階幻方填製表 (難度★) 6 個空格，共設計 8 張。</p>
	<p>藍色 4 階幻方填製表 (難度★★) 8 個空格，共設計 8 張。</p>
	<p>粉紅色 4 階幻方填製表 (難度★★★) 8 個空格，共設計 8 張。</p>

(3)幻方桌遊第 1 代遊戲規則：

- ①遊戲準備：將寶石籌碼按顏色放在桌上，三種顏色的數字牌卡，每種翻出 6 張，其餘蓋牌，如圖 6 所示。



圖 6. 自製 4 階幻方桌遊第一代

②第一關任務：購買數字卡

- A. 4 位玩家，每人先任意拿取 3 個寶石籌碼，由任一玩家開始順時針遊戲。
- B. 每一輪玩家可拿手中寶石籌碼購買數字牌卡，若手中的寶石籌碼數量無法購買數字牌卡，則再任意拿取 3 個寶石籌碼。



- C. 當每一輪中的數字牌卡若被玩家買走後，就再翻出同色的數字牌卡擺放在桌上。
- D. 寶石籌碼全部被領取後，且所有玩家手中的寶石籌碼皆無法再購買數字卡，則第一關任務結束。
- E. 第一關分數計算：綠色數字卡 1 張 1 分，藍色數字卡 1 張 2 分，紅色數字卡 1 張 3 分。



③ 第二關任務：4 階幻方填製表

- A. 由第一關最高分者代表抽籤選難度★或★★或★★★的 4 階幻方填製表，選定後，將該種難度的 4 階幻方填製表共 8 張，讓玩家每人抽一張。
- B. 採計時賽，讓玩家將第一關購買的數字卡，擺入剛剛抽到的 4 階幻方填製表中，須讓 4 階幻方填製表的每行、每列及對角線的和是 34。
- C. 最先完成 4 階幻方填製表的玩家可獲得 20 分，接著完成者可以獲得 15 分、10 分、5 分，未完成者若擺入  $n$  張數字卡則可得  $n$  分。
- D. 將第一關的分數與第二關的分數加總決定勝負。



圖 7. 幻方桌遊第 1 代數字卡放入 4 階幻方填製表情形

(4) 幻方桌遊第 1 代試玩後，老師的建議：

- ① 數字牌卡及寶石籌碼與正版璀璨桌遊相似度偏高，建議多一些自己的創意，否則會有版權問題。
- ② 數字卡太大，放入 4 階幻方填製表中，有點混亂。
- ③ 對於瞭解 4 階幻方的數學知識上，相關性不多。

## 2. 自製幻方桌遊第 2 代

(1) 設計理念發想：為了進一步讓玩家在玩遊戲的過程可以認識 4 階幻方，我們修改「第一關購買數字卡」的方式，改以讓玩家解出 4 階幻方魔常數 34 的數學題目卡，玩家從解數學題目的過程中來蒐集數字卡，期望我們自製的幻方桌遊能有更多數學元素。

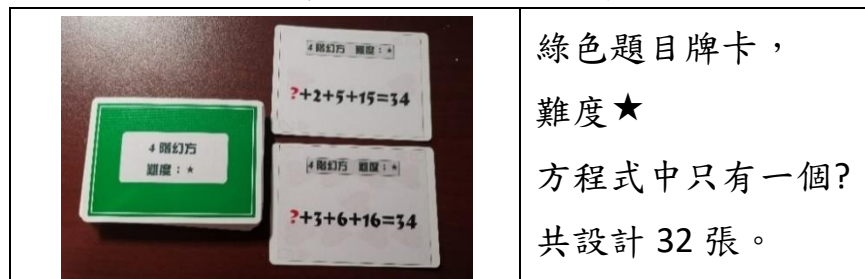
(2) 幻方桌遊第 2 代材料：

- ① 數字幣：我們找出家裡沒有使用的塑膠幣，在塑膠幣上貼上數字 1-16，共做 5 組 1-16 數字牌。



圖 8. 幻方桌遊第 2 代數字幣

- ② 題目牌卡：從 1-16 任意 4 個數字相加等於魔常數 34 的 86 種方程式中挑選，設計三種難度的題目牌卡



	<p>藍色題目牌卡， 難度★★ 方程式中有兩個? 共設計 24 張。</p>
	<p>紅色題目牌卡， 難度★★★ 方程式中有三個? 共設計 16 張。</p>

### ③ 4 階幻方填製表

我們沿用第 1 代設計的 4 階幻方填製表。

### (3) 幻方桌遊第 2 代遊戲規則：




- ① 遊戲準備：將數字幣的數字隱藏倒蓋在一個盒子裡，每種難度的題目牌卡各翻出 3 張，其餘蓋牌，如圖 9 所示。



圖 9. 自製 4 階幻方桌遊第 2 代

### ② 第一關任務：蒐集數字幣

- A. 4 位玩家，每人先拿 10 個數字幣，順時針遊戲。
- B. 玩家計算手中的數字幣是否能解答桌面上的題目牌卡，若可以，則玩家可以獲得解出的題目牌卡及數字幣，解題而獲得的數字幣每個 1 分，且可於第二關遊戲中使用。

	<p>題目牌卡：<math>?+2+4+15=34</math></p> <p><math>13+2+4+15=34</math></p> <p>玩家拿出數字幣 13，符合方程式，則可獲得該張題目卡及數字幣 13。</p>
	<p>題目牌卡：<math>?+?+4+10=34</math></p> <p><math>8+12+4+10=34</math></p> <p>玩家拿出數字幣 8 和 12，符合方程式，則可獲得該張題目卡及數字幣 8 和 12。</p>
	<p>題目牌卡：<math>?+?+?+9=34</math></p> <p><math>1+8+16+9=34</math>，玩家拿出數字幣 1、8 和 16，符合方程式，則可獲得該張題目卡及數字幣 1、8 和 16。</p>

- C. 玩家用掉幾個數字幣，就再抽幾個數字幣，維持手上有 10 個數字幣(不含解題所獲得的數字幣)；題目牌卡被玩家取走後，則再翻出同色的題目牌卡(維持每種難度的題目各有 3 張翻開在桌上)。
- D. 數字幣全部被取完，且所有玩家手中的數字幣皆無法再解出桌面上已翻開的題目牌卡時，則第一關任務結束。

③ 第二關任務：4 階幻方填製表

- A. 由第一關最高分者代表抽籤選難度★或★★或★★★的 4 階幻方填製表，選定後，將該種難度的 4 階幻方填製表共 8 張，讓玩家每人抽一張。
- B. 採計時賽，讓玩家將第一關獲得的數字幣，擺入剛剛抽到的 4 階幻方填製表中，須讓 4 階幻方填製表

的每行、每列及對角線的和是 34。

- C. 最先完成 4 階幻方填製表的玩家可獲得 20 分，接著完成者可以獲得 15 分、10 分、5 分，未完成者若擺入  $n$  張數字卡則可得  $n$  分。
- D. 將第一關的分數與第二關的分數加總決定勝負。



圖 10. 幻方桌遊第 2 代數字幣放入 4 階幻方填製表情形

(4) 幻方桌遊第 2 代試玩後，同學的建議：

- ① 遊戲準備時要將數字幣有數字那一面蓋在盒子裡，要花不少時間處理。
- ② 玩家解題目牌卡時，為了方便驗算是否符合桌面上的題目牌卡，只能將自己的數字幣全部攤開擺在桌面上，缺點是佔空間且數字幣全部公開讓其他玩家知道。
- ③ 難度★★★的題目牌卡太少張，可以多一點。
- ④ 數字幣可以再多一點，因為難度★★★的題目牌卡每次需要 3 個數字幣，如果大家都專攻難度★★★的題目牌卡，數字幣的數量很快就不夠了。

### 3. 自製幻方桌遊第 3 代

(1) 設計理念發想：針對桌遊第 2 代同學試玩後的建議，我們想到桌遊「拉密」的數字牌架，所以我們改用迷你撲克牌來設計我們的數字牌，以及自製擺放數字牌的牌架。

(2) 幻方桌遊第 3 代材料：

- ① 數字牌：使用市售迷你撲克牌貼上數字 1-16，共做 9 組。



圖 11. 幻方桌遊第 3 代數字牌

②數字牌牌架：使用 A4 文件套的 Q 桿及 30 公分長的磁鐵，再用泡棉膠黏在一起即可，共做 8 個。



圖 12. 自製數字牌牌架

③題目牌卡：我們沿用第 2 代使用題目牌卡，每種難度都設計 24 張，共 72 張題目牌卡。

④ 4 階幻方填製表：沿用原來設計的 4 階幻方填製表。

(3) 幻方桌遊第 3 代遊戲規則：

①遊戲準備：4 位玩家，每人先拿 1 組 1-16 的數字牌並擺放在牌架上，其餘 4 組數字牌蓋牌擺放在桌上，每種難度的題目牌卡各翻出 3 張，其餘蓋牌，如圖 13 所示。



圖 13. 自製 4 階幻方桌遊第 3 代

②遊戲方式與決定勝負的計分方法和桌遊第 2 代相同。



圖 14. 幻方桌遊第 3 代數字牌放入 4 階幻方填製表情形

### (三) 將自製幻方桌遊第 3 代進行試玩、問卷調查

1. 桌遊試玩對象：分別從三年級至六年級找了 6 個班級，每班 8 位，共 48 位同學進行桌遊試問及問卷調查。
2. 我們設計問卷調查題目共 8 題問題，分析結果將於五、研究結果與討論，再深入探討。
3. 自製幻方桌遊第 3 代進行試玩過程：



	
<p>第一關：蒐集數字牌</p>	<p>第二關：4 階幻方填製表</p>
	
<p>填寫問卷調查表</p>	<p>填寫問卷調查表</p>

## 五、研究結果與討論

### (一) 幻方資料分析

幻方填製法眾多，多分為奇數階與偶數階而有不同的填製方法，奇數階的填製方法有我們在彙整相關文獻中提到的簡潔連續填製法，另外還有簡潔連續擴階法、楊輝法等；偶數階則又區分為  $4n$  階與  $4n+2$  階，有斜角註記法、雙向旋轉法等，因為關於填製方法的歷屆科展作品已有很多人做過，因此我們改變了不一樣的研究方向，轉而設計桌遊來推廣及介紹幻方。

### (二) 設計一款結合幻方概念與數獨玩法的桌遊遊戲

幻方主題在科展或網路上的研究雖然很多，但多是介紹各種填製法，較少有結合數學計算與推理組合能力的相關研究，藉由我們自創的幻方桌遊第 3 代，遊戲過程中可以培養玩家的「觀察力」，提升數字組合、基本計算...等各種數學能力，從同學試玩的過程中，我們觀察到同學們運用了「數的四則運算」及「數的配對」來蒐集數字牌與完成 4 階幻方填製表，相信透過我們自製的幻方桌遊對於學習數學會有幫助。



### (三) 將自製幻方桌遊第 3 代進行試玩、問卷調查

1、針對問題一到問題七的問卷結果，以圖表如下。

(1) 問題一：請問您試玩後，覺得這款 4 階幻方桌遊的遊戲設計，在遊戲規則說明上，您覺得如何？

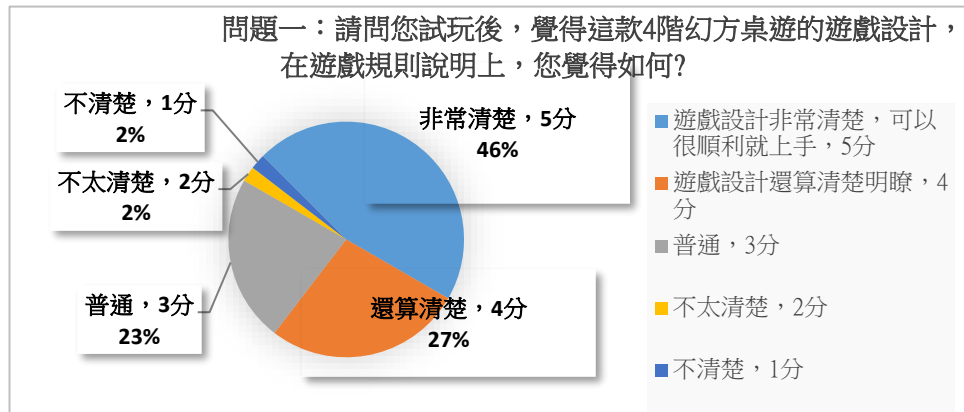


圖 15. 試玩同學對自製幻方桌遊在遊戲規則說明上的評分討論：有  $46\%+27\%=83\%$  的同學對於我們的遊戲設計，在遊戲規則說明上還算清楚明瞭。

(2) 問題二：請問您試玩後，覺得這款 4 階幻方桌遊的遊戲設計，在難易度上對您而言是？

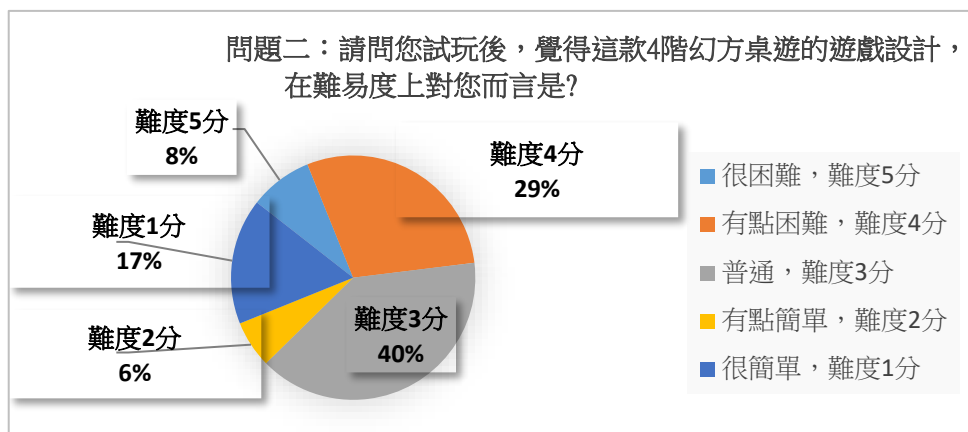


圖 16. 試玩同學對自製幻方桌遊在難易度上的評分討論：有  $8\%+29\%=37\%$  的同學覺得我們的遊戲設計，在難易度上是屬於困難的，有  $17\%+6\%=23\%$  的同學覺得很簡單，多數人覺得難度中等、普通。

(3) 問題三：請問您試玩後，覺得這款 4 階幻方桌遊的遊戲設計，在數學相關程度上，您覺得？

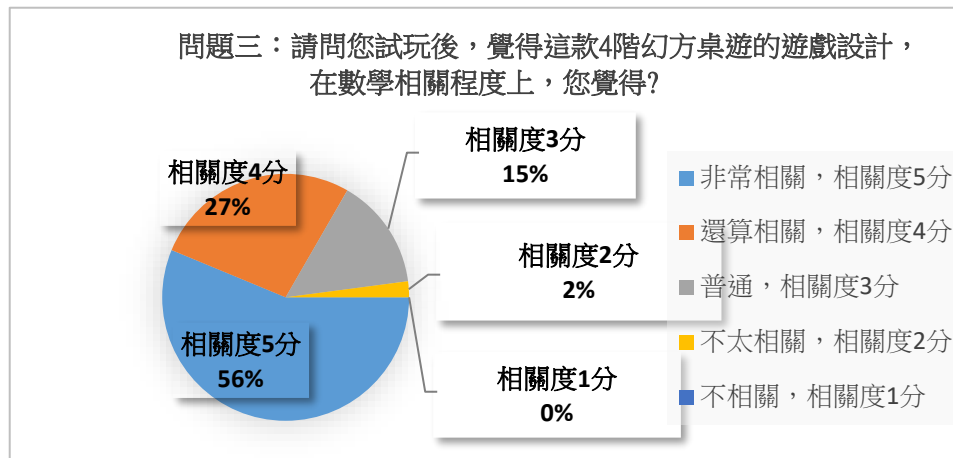


圖 17. 試玩同學對自製幻方桌遊在數學相關程度上的評分討論：有  $56\%+27\%=83\%$  的同學覺得我們的遊戲設計，在數學相關程度上算是高的。

(4) 問題四：請問您試玩後，覺得這款 4 階幻方桌遊的遊戲設計，對於瞭解 4 階幻方的知識上，對您而言是？

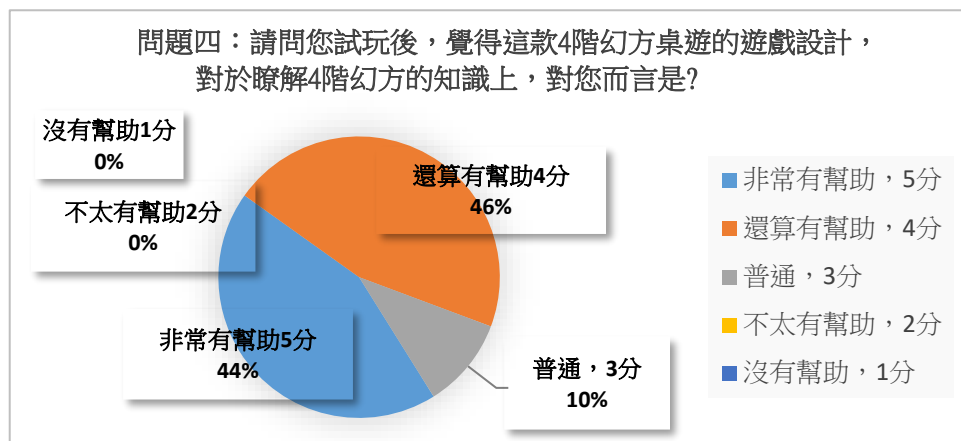


圖 18. 試玩同學對桌遊在瞭解 4 階幻方知識上的評分討論：有  $44\%+46\%=90\%$  的同學覺得我們自製的幻方桌遊對於他們在瞭解 4 階幻方的知識上是很有幫助的。

(5) 問題五：請問您試玩後，覺得這款 4 階幻方桌遊的遊戲設計，對提升數學計算、推理、組合、判斷能力上，對您而言是？

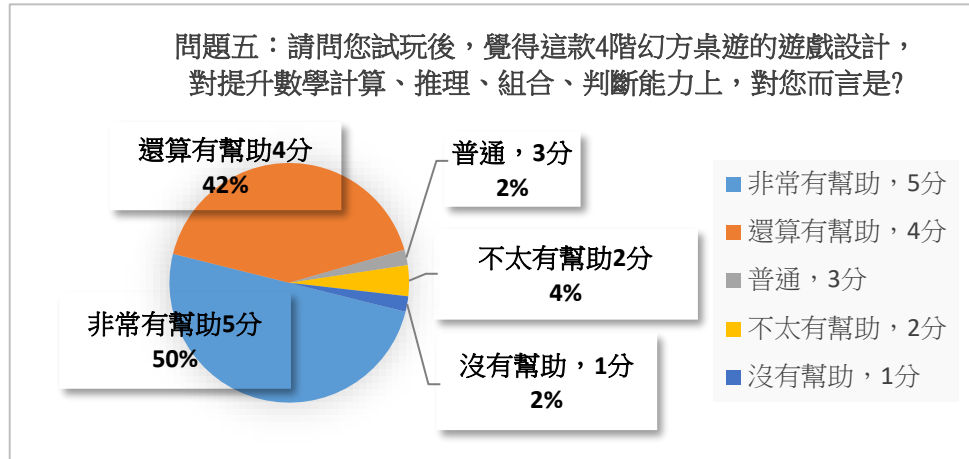


圖 19. 試玩同學對桌遊在提升數學計算、推理等能力的評分討論：有  $50\%+42\%=92\%$  的同學覺得我們自製的幻方桌遊對於他們在提升數學計算、推理、組合、判斷能力上是很有幫助的。

(6) 問題六：請問您試玩後，覺得這款 4 階幻方桌遊的遊戲設計，在遊戲趣味性上，您覺得如何？

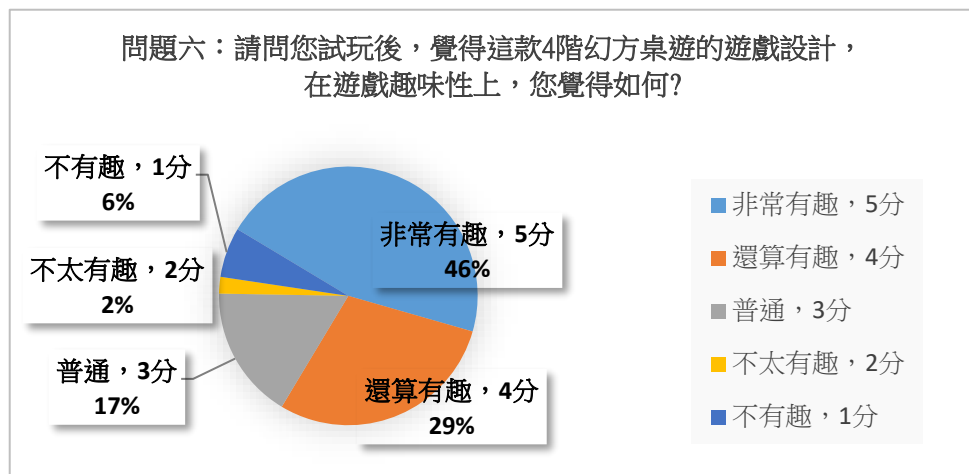


圖 20. 試玩同學對自製幻方桌遊在遊戲趣味性上的評分討論：有  $46\%+29\%=75\%$  的同學覺得我們自製的幻方桌遊是一套有趣的桌遊。

(7) 問題七：請問您試玩後，您是否願意推廣這款 4 階幻方桌遊給其他同學一起玩？

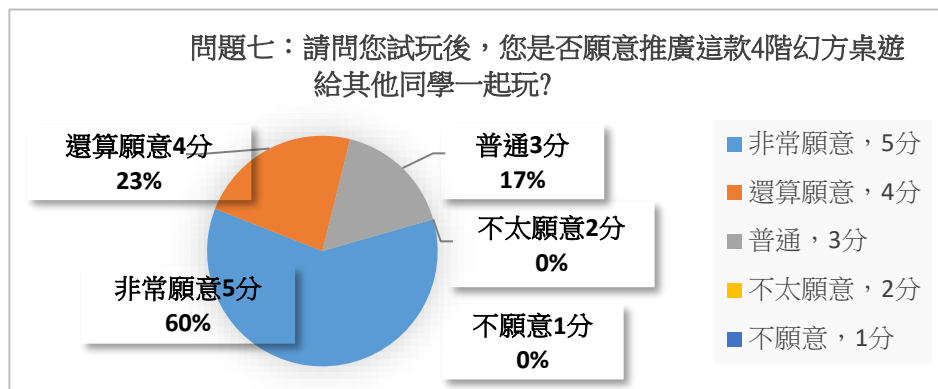


圖 21. 試玩同學對是否願意推廣我們自製的幻方桌遊討論：有  $46\%+29\%=85\%$  的同學願意跟其他同學推廣我們自製的幻方桌遊。

(8) 問題八：對於這款 4 階幻方桌遊，您覺得有哪些地方需要改進，請您提供我們寶貴的建議。

- ① 希望湊牌時，不要有時間限制，
- ② 數字卡和題目卡可以再多一點，這樣可玩久一點。
- ③ 可以一開始先告訴我們第二關要做什麼，我們才不會重複拿一樣的數字卡。

## 六、評鑑與檢討

### (一) 幻方資料分析

幻方的研究古今中外均大量的研究，不同階的幻方，更有各種不同五花八門的填製方法，多數的幻方填製都是因為格子與格子間的位置關係，產生了各種不同的變化，讓我們體會到數字間隱藏的奧妙是非常神奇的。

### (二) 設計一款結合幻方概念與數獨玩法的桌遊遊戲

雖然研發幻方桌遊的過程不如我們預期的簡單，中途也有搜索枯腸、沒有靈感的時候，還好老師及同學從旁給我們許多不錯的點子，讓我們可以一路改良到最後完成結合幻方概念與數獨玩法，更兼顧趣味性獨一無二的幻方桌遊第3代。

### (三) 將自製幻方桌遊第3代進行試玩、問卷調查

看到同學試玩我們自製的幻方桌遊，計算數學與思考遊戲策略的專注神情時，就讓我們覺得很有成就感，同學們直呼遊戲時間太短，還想繼續挑戰，透過問卷我們知道大家對於我們自製幻方桌遊的看法，看到大家都很喜歡我們自製的幻方桌遊，且願意推廣給其他人，就是我們最大的收穫了。

## 七、參考資料

- 1、李彥頡。1997。幻方研究。中華民國第 37 屆中小學科學展覽會作品說明書。
- 2、林品慶等。2008。乾坤大挪移-數獨 VS 幻方。中華民國第 48 屆中小學科學展覽會作品說明書。
- 3、劉源俊。四階幻方探秘。數學傳播 39 卷 3 期，pp.47-54。
- 4、巫光楨。尤怪魔宮。取自 <https://reurl.cc/R4A0DD>
- 5、Magic Square。取自 <https://reurl.cc/E7knek>
- 6、幻方(Magic Square)。取自 <https://reurl.cc/D9agki>
- 7、戀練數學：「有趣的魔方陣」。取自 <https://reurl.cc/1xDYR8>