

彰化縣 112 學年度國民中小學學生獨立研究作品徵選
作品說明書（封面）

作品編號：

組別：

| | |
|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> 國小組 | <input checked="" type="checkbox"/> 數學類 |
| <input type="checkbox"/> 國中組 | <input type="checkbox"/> 自然、科技類 |
| | <input type="checkbox"/> 人文社會類 |

作品名稱：四面翻牌遊戲的解析

第一階段 研究訓練階段（由教師撰寫）

一、近二年學校獨立研究課程之規劃

本校獨立研究課程分為三年級「研究技巧訓練」與四至六年級「獨立研究實作」兩大部分，前者訓練研究技巧，如資訊運用、資料蒐集與整理，以及認識研究方法；後者採混齡編組，高年級在決定題目後招募四年級組員，研究過程中亦會根據主題搭配校外學習。

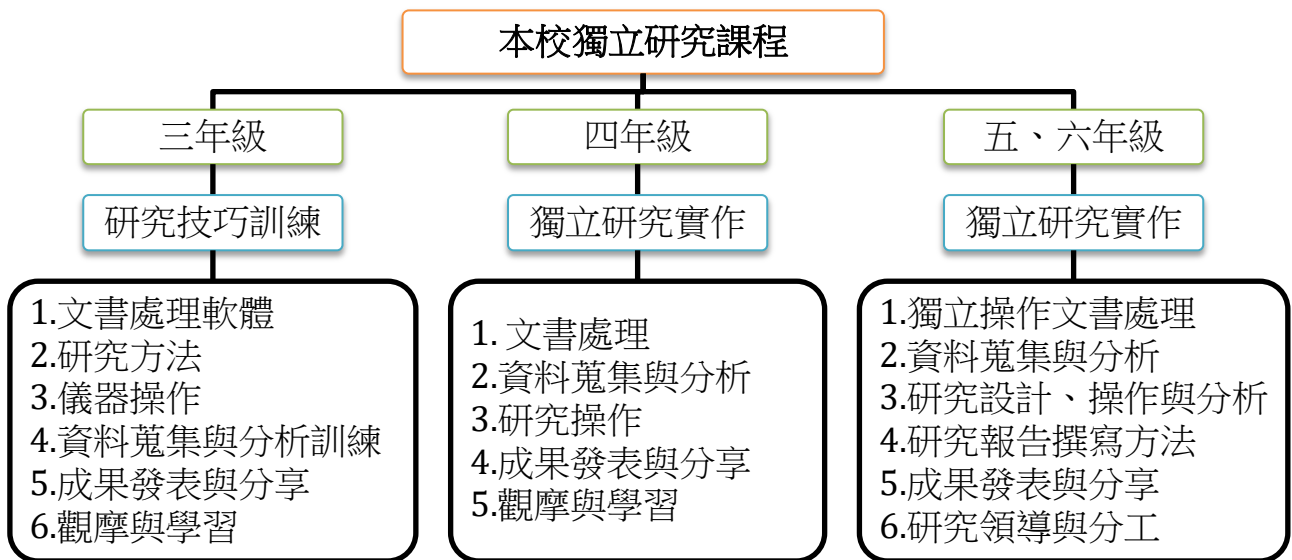
獨立研究課程欲培養之核心素養為：

1. 系統思考與解決問題：具備問題理解、思辨分析、推理批判的系統思考與後設思考素養，並能行動與反思，以有效解決生活問題。
2. 符號運用與溝通表達：具備理解及使用語言、文字、數理等各種符號進行表達與互動，並應用在日常生活上。
3. 人際關係與團隊合作：能與他人建立良好的互動關係，並發展與人溝通協調、包容異己等素養。

根據核心素養，期許學生建立之學習表現包括：

1. 承接問題，考量相關因素，適時與他人共同合作，規劃問題解決的步驟，並嘗試解決，獲得成果。
2. 根據研究問題、資源，規劃研究計畫並依進度執行。
3. 從得到的資訊或數據，提出研究結果與發現。
4. 認識研究工具種類及用途，並依據研究主題挑選適合研究工具。
5. 透過教師引導或檢核表，對研究過程及結果進行自我評鑑。
6. 能了解自變項、應變項並預測改變時可能的影響和進行適當次數測試的意義。
7. 能利用簡單形式的口語、文字、影像（例如：攝影、錄影）、繪圖或實物、科學名詞、數學公式、模型等，表達探究之過程、發現或成果。

二、學校如何提供該生獨立研究訓練



- (一) 三年級：設計與學科相關的課程以拓展其知識基礎，每週安排兩節研究技巧訓練，讓學生學習文書處理、資料蒐集與整理方法、圖書館運用、觀察與做筆記、晤談方法，並在老師指導下實際認識各種研究方法。在充實活動中，提供一般探索機會，搭配如數位相機、顯微鏡、簡單科學實驗技術等的操作練習。安排展覽參訪，讓學生能找出研究興趣並觀摩優秀作品。
- (二) 四年級：在學科加深加廣方面與三年級相同，但進入此階段，學生已開始針對有興趣的主題進行研究，而非單純蒐集資料。每週兩節課的獨立研究課程，四年級資優生主要擔任研究協助者，配合學長姐的引導，協助研究觀察與記錄工作，對於了解實際研究歷程與重點事項，是很重要的訓練。
- (三) 高年級：每週進行兩節課的獨立研究課程，實際進行研究，在教師協助下，完成「訂定主題」、「擬定工作進度與分配」、「擬定研究問題」、「蒐集資料與整理」、「尋求資源」、「實際研究與記錄」、「研究討論與發現」、「撰寫書面報告與分享」之流程。在此階段，教師會依據學生能力，逐漸減少介入，引導討論與技術指導，掌握學生計畫安排與實際進度是否得宜，並在學生完成報告時協助修改。

第二階段 獨立研究階段（由學生撰寫）

壹、研究動機

有一天，老師介紹了一個遊戲，名稱叫做「四面翻牌」。這個遊戲是四個人玩的，要按照所拋二顆骰子的數字和來翻木牌，可以利用木牌湊出骰子數字和，也可以直接翻骰子數字和的木牌，最後無牌可翻的玩家的就輸了。我想找出不同骰子和有哪些翻牌的情況，歸納出怎麼翻牌以方法來提高獲勝的機率。

貳、擬定正式計畫、研究問題及工作進度表

(一)研究問題

1. 分析不同骰子點數和在不同牌數下的所有解。
2. 分析可以玩最久的翻牌方式。

(二)工作進度表

| 時間 | 工作項目 |
|-----------|---------------|
| 3/6~3/24 | 選擇主題、找參考文獻 |
| 3/27~4/14 | 找出一顆骰子解法、整理資料 |
| 4/17~5/5 | 找出兩顆骰子解法 |
| 5/8~5/26 | 整理資料 |
| 5/29~6/30 | 找出三顆骰子解法 |
| 7月 | 整理資料 |
| 8月 | 書寫評鑑與檢討、撰寫報告 |

參、彙整相關文獻

市售的四面翻牌遊戲，是用木頭製作，四面都有數字 1~10 張牌，中間是擲骰子的空間。遊戲 2~4 人玩，用兩顆骰子，輪到自己時擲骰子，組合加減乘除和骰子出現的數字，使得到的答案恰好在 1~10 間，最後無牌可翻則遊戲結束，剩下的木牌是得分，總和低者獲勝。



肆、資料分析

本研究單純討論指使用加法的情況下出現的所有解

表 4-1：1 顆骰子在不同牌數下的解

| 點數和 | 翻牌法(解法) | | | |
|-----|-----------------|------------------|-----------------------|----------------------------------|
| | 牌數 3 張 (1~3) | 牌數 4 張 (1~4) | 牌數 5 張 (1~5) | 牌數 6 張 (1~6) |
| 1 | (1) | (1) | (1) | (1) |
| 2 | (2) | (2) | (2) | (2) |
| 3 | (3) (1、2) | (3) (1、2) | (3) (1、2) | (3) (1、2) |
| 4 | (1、3) | (4) (1、3) | (4) (1、3) | (4) (1、3) |
| 5 | (2、3) | (1、4) (2、3) | (5) (1、4) (2、3) | (5) (1、4) (2、3) |
| 6 | (1、2、3) | (2、4) (1、2、3) | (1、5) (2、4) | (6) (1、5) (2、4) (1、2、3) |
| 組合數 | 7 | 10 | 11 | 13 |

表 4-2：顆骰子在不同牌數時，各數字牌出現的次數統計：

| 牌面數字 | 牌數 | | | |
|------|-----|-----|-----|-----|
| | 3 張 | 4 張 | 5 張 | 6 張 |
| 1 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 2 | 4 | 5 | 4 | 5 |
| 3 | 4 | 4 | 3 | 4 |

| | | | | |
|---|--|---|---|---|
| 4 | | 3 | 2 | 3 |
| 5 | | | 1 | 2 |
| 6 | | | | 1 |

表 4-3：1 顆骰子在不同牌數時，各數字牌出現的機率：

| | 牌數 | | | |
|------|-----|-----|-----|-----|
| 牌面數字 | 3 張 | 4 張 | 5 張 | 6 張 |
| 1 | 57% | 50% | 45% | 46% |
| 2 | 57% | 50% | 36% | 38% |
| 3 | 57% | 40% | 27% | 31% |
| 4 | | 30% | 18% | 23% |
| 5 | | | 9% | 15% |
| 6 | | | | 8% |

小結：

1. 使用 1 顆骰子時，牌數應該至少有 3 張才能玩，少於 3 張牌，也就是只有數字 1 和 2 時，部分點數和無解。
2. 牌數 3 張時，最久可能玩三輪，且每次使用 1 張牌；牌數 4 張時，最久可能玩四輪，且每次使用 1 張牌；牌數 5 張時，最久可能玩五輪，且每次使用 1 張牌；牌數 6 張時，最久可能玩六輪，且每次使用 1 張牌，因此每一輪翻牌數越少越好。
3. 如表 4-3，牌面數字越大，出現機率越低，因此需先將大牌先用掉，且使用牌數越少張較容易獲勝。
4. 當牌數只有 3 張時，玩家擲骰子時，若擲到最大數，那一局就結束了。

表 4-4：2 顆骰子在不同牌數下的解

| | 翻牌法(解法) | | | |
|-----|-----------------------------|--------------------------------------|---|--|
| 點數和 | 牌數 5 張 (1~5) | 牌數 6 張 (1~6) | 牌數 7 張 (1~7) | 牌數 8 張 (1~8) |
| 2 | (2) | (2) | (2) | (2) |
| 3 | (3) (1、2) | (3) (1、2) | (3) (1、2) | (3) (1、2) |
| 4 | (4) (1、3) | (4) (1、3) | (4) (1、3) | (4) (1、3) |
| 5 | (5) (1、4) (2、3) | (5) (1、4) (2、3) | (5) (1、4) (2、3) | (5) (1、4) (2、3) |
| 6 | (1、5) (2、4) (1、2、3) | (6) (1、5) (2、4) (1、2、3) | (6) (1、5) (2、4) (1、2、3) | (6) (1、5) (2、4) (1、2、3) |
| 7 | (2、5) (3、4) (1、2、4) | (1、6) (2、5) (3、4) (1、2、4) | (7) (1、6) (2、5) (3、4) (1、2、4) | (7) (1、6) (2、5) (3、4) (1、2、4) |
| 8 | (3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (1、7) (2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (8) (1、7) (2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) |
| 9 | (4、5) (1、3、5) (2、3、4) | (3、6) (4、5) (1、2、6) | (2、7) (3、6) (4、5) | (1、8) (2、7) (3、6) |

| | | | | |
|-----|--------------------|--|--|--|
| | | (1、3、5) (2、3、4) | (1、2、6) (1、3、5) (2、3、4) | (4、5) (1、2、6) (1、3、5) (2、3、4) |
| 10 | (1、4、5) (2、3、5) | (4、6) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) | (3、7) (4、6) (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) | (2、8) (3、7) (4、6) (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) |
| 11 | (2、4、5) | (5、6) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) | (4、7) (5、6) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) | (3、8) (4、7) (5、6) (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) |
| 12 | (3、4、5) | (1、5、6) (2、4、6) (3、4、5) | (5、7) (1、4、7) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (3、4、5) | (4、8) (5、7) (1、3、8) (1、4、7) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (3、4、5) |
| 組合數 | 24 | 36 | 46 | 53 |

續表 4-4：2 顆骰子在不同牌數下的解

| 點數和 | 翻牌法(解法) | | | |
|-----|--|--|--|--|
| | 牌數 9 張 (1~9) | 牌數 10 張 (1~10) | 牌數 11 張 (1~11) | 牌數 12 張 (1~12) |
| 2 | (2) | (2) | (2) | (2) |
| 3 | (3)(1、2) | (3)(1、2) | (3)(1、2) | (3)(1、2) |
| 4 | (4)(1、3) | (4)(1、3) | (4)(1、3) | (4)(1、3) |
| 5 | (5) (1、4)(2、3) | (5) (1、4)(2、3) | (5) (1、4)(2、3) | (5) (1、4)(2、3) |
| 6 | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) |
| 7 | (7) (1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) | (7) (1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) | (7) (1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) | (7) (1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) |
| 8 | (8) (1、7)(2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (8) (1、7) (2、6)(3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (8) (1、7) (2、6)(3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (8) (1、7)(2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) |
| 9 | (9) (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) (2、3、4) | (9) (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) (2、3、4) | (9) (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) (2、3、4) | (9) (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) (2、3、4) |
| 10 | (1、9)(2、8) (3、7)(4、6) | (10) (1、9)(2、8) | (10) (1、9)(2、8) | (10) (1、9)(2、8) |

| | | | | |
|-----|---|---|--|--|
| | (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) | (3、7)(4、6) (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) | (3、7)(4、6) (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) | (3、7)(4、6) (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) |
| 11 | (2、9)(3、8) (4、7)(5、6) (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) | (1、10)(2、9) (3、8)(4、7) (5、6) (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) | (11) (1、10)(2、9) (3、8)(4、7) (5、6) (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) | (11) (1、10)(2、9) (3、8)(4、7) (5、6) (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) |
| 12 | (3、9)(4、8)(5、7)(1、2、9)(1、3、8)(1、4、7)(1、5、6)(2、3、7)(2、4、6)(3、4、5) | (2、10)(3、9)(4、8)(5、7)(1、2、9)(1、3、8)(1、4、7)(1、5、6)(2、3、7)(2、4、6)(3、4、5) | (1、11) (2、10) (3、9)(4、8) (5、7) (1、2、9) (1、3、8) (1、4、7) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (3、4、5) | (12) (1、11) (2、10) (3、9)(4、8) (5、7) (1、2、9) (1、3、8) (1、4、7) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (3、4、5) |
| 組合數 | 58 | 61 | 63 | 64 |

表 4-5：2 顆骰子在不同牌數時，各數字牌出現的次數統計：

| | 牌數(張) | | | | | | | |
|------|-------|----|----|----|----|----|----|----|
| 牌面數字 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | 10 | 15 | 19 | 22 | 24 | 25 | 26 | 26 |
| 2 | 11 | 15 | 18 | 20 | 22 | 23 | 23 | 23 |
| 3 | 11 | 14 | 17 | 19 | 20 | 20 | 20 | 20 |
| 4 | 11 | 14 | 16 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 |
| 5 | 11 | 13 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 | 14 |
| 6 | | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 |
| 7 | | | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 8 | | | | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 9 | | | | | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 10 | | | | | | 3 | 3 | 3 |
| 11 | | | | | | | 2 | 2 |
| 12 | | | | | | | | 1 |

表 4-6：2 顆骰子在不同牌數時，各數字牌出現機率：

| | 牌數(張) | | | | | | | |
|------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 牌面數字 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | 42% | 42% | 41% | 42% | 41% | 41% | 41% | 41% |
| 2 | 46% | 42% | 39% | 38% | 38% | 38% | 37% | 36% |
| 3 | 46% | 39% | 37% | 36% | 34% | 33% | 32% | 31% |
| 4 | 46% | 39% | 35% | 32% | 29% | 28% | 27% | 27% |

| | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 5 | 46% | 36% | 30% | 26% | 24% | 23% | 22% | 22% |
| 6 | | 33% | 26% | 23% | 21% | 20% | 19% | 19% |
| 7 | | | 22% | 19% | 17% | 16% | 16% | 16% |
| 8 | | | | 13% | 12% | 11% | 11% | 11% |
| 9 | | | | | 9% | 8% | 8% | 8% |
| 10 | | | | | | 5% | 5% | 5% |
| 11 | | | | | | | 3% | 3% |
| 12 | | | | | | | | 2% |

小結：

1. 使用 2 顆骰子時，牌數應該至少有 5 張才能玩，少於 5 張牌，也就是只有數字 1~4 時，部分點數和無解。
2. 牌數有 5 張時，最久只可能玩四輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 6 張時，最久只可能玩五輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 7 張時，最久只可能玩六輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 8 張時，最久只可能玩七輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 9 張時，最久只可能玩八輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 10 張時，最久只可能玩九輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 11 張時，最久只可能玩十輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 12 張時，最久只可能玩十一輪，且每次使用 1 張牌。
3. 如表 4-6，牌面數字越大，出現機率越低，因此需先將大牌先用掉，且使用牌數越少張較容易獲勝。
4. 雖然增加牌數會使翻牌組合變多，但是增加的幅度不大，因此骰子數增加，牌數不見得要加到滿，如市售 2 顆骰子就搭配 10 張數字牌。
5. 當牌數只有五張時，玩家擲骰子時，若擲到最大數，玩一輪就結束了。

表 4-7：3 顆骰子在不同牌數下的解

| | 翻牌法(解法) | | | |
|-----|--|---|--|--|
| 點數和 | 牌數 7 張 (1~7) | 牌數 8 張 (1~8) | 牌數 9 張 (1~9) | 牌數 10 張 (1~10) |
| 3 | (3) (1、2) | (3) (1、2) | (3) (1、2) | (3) (1、2) |
| 4 | (4) (1、3) | (4) (1、3) | (4) (1、3) | (4) (1、3) |
| 5 | (5) (1、4)(2、3) | (5) (1、4)(2、3) | (5) (1、4)(2、3) | (5) (1、4)(2、3) |
| 6 | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) |
| 7 | (7) (1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) | (7) (1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) | (7) (1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) | (7) (1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) |
| 8 | (1、7)(2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (8) (1、7)(2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (8) (1、7)(2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (8) (1、7)(2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) |
| 9 | (2、7)(3、6) (4、5) (1、2、6) (1、3、5) (2、3、4) | (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) (2、3、4) | (9) (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) (2、3、4) | (9) (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) (2、3、4) |
| 10 | (3、7)(4、6) (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) | (2、8)(3、7) (4、6) (1、2、7) (1、3、6) | (1、9)(2、8) (3、7)(4、6) (1、2、7) (1、3、6) | (10) (1、9)(2、8) (3、7)(4、6) (1、2、7) |

| | | | | |
|----|--|--|--|--|
| | (2、3、5) | (1、4、5) (2、3、5) | (1、4、5) (2、3、5) | (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) |
| 11 | (4、7)(5、6) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) | (3、8)(4、7) (5、6) (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) | (2、9)(3、8) (4、7)(5、6) (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) | (1、10)(2、9) (3、8)(4、7) (5、6) (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) |
| 12 | (5、7)(1、 4、7)(1、5、 6)(2、3、 7)(2、4、 6)(3、4、5) | (4、8)(5、7) (1、3、8) (1、4、7) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (3、4、5) | (3、9)(4、8) (5、7) (1、2、9) (1、3、8) (1、4、7) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (3、4、5) | (2、10)(3、9) (4、8)(5、7) (1、2、9) (1、3、8) (1、4、7) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (3、4、5) |
| 13 | (6、7) (1、5、7) (2、5、6) (3、4、6) | (5、8)(6、7) (1、4、8) (1、5、7) (2、3、8) (2、4、7) (2、5、6) (3、4、6) | (4、9)(5、8) (6、7) (1、3、9) (1、4、8) (1、5、7) (2、3、8) (2、4、7) (2、5、6) (3、4、6) | (3、10)(4、9) (5、8)(6、7) (1、2、10) (1、3、9) (1、4、8) (1、5、7) (2、3、8) (2、4、7) (2、5、6) (3、4、6) |
| 14 | (1、6、7) (2、5、7) (3、4、7) | (6、8) (1、5、8) (1、6、7) | (5、9) (6、8) (1、4、9) | (4、10)(5、9) (6、8) (1、3、10) |

| | | | | |
|----|-------------------------------|---|--|--|
| | (3、5、6) | (2、4、8) (2、5、7) (3、4、7)(3、5、6) | (1、5、8) (1、6、7) (2、4、8) (2、3、9) (2、5、7) (3、4、7) (3、5、6) | (1、4、9) (1、5、8) (1、6、7) (2、4、8) (2、3、9) (2、5、7) (3、4、7) (3、5、6) |
| 15 | (2、6、7) (3、5、7) (4、5、6) | (7、8) (1、6、8) (2、5、8) (2、6、7) (3、4、8) (3、5、7) (4、5、6) | (6、9)(7、8) (1、5、9) (1、6、8) (2、4、9) (2、5、8) (2、6、7) (3、4、8) (3、5、7) (4、5、6) | (5、10)(6、9) (7、8) (1、4、10) (1、5、9) (1、6、8) (2、3、10) (2、4、9) (2、5、8) (2、6、7) (3、4、8) (3、5、7) (4、5、6) |
| 16 | (3、6、7) (4、5、7) | (1、7、8) (2、6、8) (3、5、8) (3、6、7) (4、5、7) | (7、9) (1、6、9) (1、7、8) (2、5、9) (2、6、8) (3、4、9) (3、5、8) (3、6、7) (4、5、7) | (6、10)(7、9) (1、5、10) (1、6、9) (1、7、8) (2、4、10) (2、5、9) (2、6、8) (3、4、9) (3、5、8) (3、6、7) (4、5、7) |
| 17 | (4、6、7) | (2、7、8) (3、6、8) | (8、9) (1、7、9) | (7、10) (8、9) |

| | | | | |
|-----|---------|-------------------------------|---|---|
| | | (4、6、7) (4、5、8) | (2、6、9) (2、7、8) (3、5、9) (3、6、8) (4、6、7) (4、5、8) | (1、6、10) (1、7、9) (2、5、10) (2、6、9) (2、7、8) (3、4、10) (3、5、9) (3、6、8) (4、6、7) (4、5、8) |
| 18 | (5、6、7) | (3、7、8) (4、6、8) (5、6、7) | (1、8、9) (2、7、9) (3、6、9) (3、7、8) (4、5、9) (4、6、8) (5、6、7) | (8、10) (1、7、10) (1、8、9) (2、6、10) (2、7、9) (3、6、9) (3、5、10) (3、7、8) (4、5、9) (4、6、8) (5、6、7) |
| 組合數 | 61 | 87 | 112 | 133 |

續表 4-7：3 顆骰子在不同牌數下的解

| | 翻牌法(解法) | | | |
|-----|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 點數和 | 牌數 11 張 (1~11) | 牌數 12 張 (1~12) | 牌數 13 張 (1~13) | 牌數 14 張 (1~14) |
| 3 | (3) (1、2) | (3) (1、2) | (3) (1、2) | (3) (1、2) |
| 4 | (4) (1、3) | (4) (1、3) | (4) (1、3) | (4) (1、3) |
| 5 | (5) | (5) | (5) | (5) |

| | | | | |
|----|--|--|--|--|
| | (1、4)(2、3) | (1、4)(2、3) | (1、4)(2、3) | (1、4)(2、3) |
| 6 | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) |
| 7 | (7) (1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) | (7) (1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) | (7)(1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) | (7) (1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) |
| 8 | (8) (1、7)(2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (8) (1、7)(2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (8) (1、7)(2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (8) (1、7)(2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) |
| 9 | (9) (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) (2、3、4) | (9) (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) (2、3、4) | (9) (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) (2、3、4) | (9) (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) (2、3、4) |
| 10 | (10) (1、9)(2、8) (3、7)(4、6) (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) | (10) (1、9)(2、8) (3、7)(4、6) (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) | (10) (1、9)(2、8) (3、7)(4、6) (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) | (10) (1、9)(2、8) (3、7)(4、6) (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) |
| 11 | (11) (1、10)(2、9) (3、8)(4、7) (5、6) | (11) (1、10)(2、9) (3、8)(4、7) (5、6) | (11) (1、10)(2、9) (3、8)(4、7) (5、6) | (11) (1、10)(2、9) (3、8)(4、7) (5、6) |

| | | | | |
|----|--|--|--|--|
| | (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) | (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) | (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) | (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) |
| 12 | (1、11) (2、10)(3、9) (4、8)(5、7) (1、2、9) (1、3、8) (1、4、7) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (3、4、5) | (12) (1、11) (2、10)(3、9) (4、8)(5、7) (1、2、9) (1、3、8) (1、4、7) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (3、4、5) | (12) (1、11) (2、10)(3、9) (4、8)(5、7) (1、2、9) (1、3、8) (1、4、7) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (3、4、5) | (12) (1、11) (2、10)(3、9) (4、8)(5、7) (1、2、9) (1、3、8) (1、4、7) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (3、4、5) |
| 13 | (2、11) (3、10) (4、9)(5、8) (6、7) (1、2、10) (1、3、9) (1、4、8) (1、5、7) (2、3、8) (2、4、7) (2、5、6) (3、4、6) | (1、12) (2、11) (3、10)(4、9) (5、8)(6、7) (1、2、10) (1、3、9) (1、4、8) (1、5、7) (2、3、8) (2、4、7) (2、5、6) (3、4、6) | (13) (1、12) (2、11) (3、10)(4、9) (5、8)(6、7) (1、2、10) (1、3、9) (1、4、8) (1、5、7) (2、3、8) (2、4、7) (2、5、6) (3、4、6) | (13) (1、12) (2、11) (3、10)(4、9) (5、8)(6、7) (1、2、10) (1、3、9) (1、4、8) (1、5、7) (2、3、8) (2、4、7) (2、5、6) (3、4、6) |
| 14 | (3、11) | (2、12) | (1、13) | (14) |

| | | | | |
|----|--|--|---|--|
| | (4、10) (5、9)(6、8) (1、2、11) (1、3、10) (1、4、9)(1、5、8) (1、6、7) (2、4、8) (2、3、9) (2、5、7) (3、4、7) (3、5、6) | (3、11) (4、10)(5、9) (6、8) (1、2、11) (1、3、10) (1、4、9) (1、5、8) (1、6、7) (2、4、8) (2、3、9) (2、5、7) (3、4、7) (3、5、6) | (2、12) (3、11) (4、10)(5、9) (6、8) (1、2、11) (1、3、10) (1、4、9) (1、5、8) (1、6、7) (2、4、8) (2、3、9) (2、5、7) (3、4、7) (3、5、6) | (1、13) (2、12) (3、11) (4、10) (5、9)(6、8) (1、2、11) (1、3、10) (1、4、9) (1、5、8) (1、6、7) (2、4、8) (2、3、9) (2、5、7) (3、4、7) (3、5、6) |
| 15 | (4、11) (5、10)(6、9) (7、8) (1、3、11) (1、4、10) (1、5、9) (1、6、8) (2、3、10) (2、4、9) (2、5、8) (2、6、7) (3、4、8) (3、5、7) (4、5、6) | (3、12) (5、11) (5、10)(6、9) (7、8) (1、2、12) (1、3、11) (1、4、10) (1、5、9) (1、6、8) (2、3、10) (2、4、9) (2、5、8) (2、6、7) (3、4、8) (3、5、7) (4、5、6) | (2、13) (3、12) (5、11) (5、10) (6、9)(7、8) (1、2、12) (1、3、11) (1、4、10) (1、5、9) (1、6、8) (2、3、10) (2、4、9) (2、5、8) (2、6、7) (3、4、8) (3、5、7) | (1、14) (2、13) (3、12) (5、11) (5、10)(6、9) (7、8) (1、2、12) (1、3、11) (1、4、10) (1、5、9) (1、6、8) (2、3、10) (2、4、9) (2、5、8) (2、6、7) (3、4、8) |

| | | | | |
|----|---|---|---|---|
| | | | (4、5、6) | (3、5、7) (4、5、6) |
| 16 | (5、11) (6、10)(7、9) (1、4、11) (1、5、10) (1、6、9) (1、7、8) (2、3、11) (2、4、10) (2、5、9) (2、6、8) (3、4、9) (3、5、8) (3、6、7) (4、5、7) | (4、12) (6、11) (6、10)(7、9) (1、3、12) (1、4、11) (1、5、10) (1、6、9) (1、7、8) (2、3、11) (2、4、10) (2、5、9) (2、6、8) (3、4、9) (3、5、8) (3、6、7) (4、5、7) | (3、13) (4、12) (6、11) (6、10)(7、9) (1、2、13) (1、3、12) (1、4、11) (1、5、10) (1、6、9) (1、7、8) (2、3、11) (2、4、10) (2、5、9) (2、6、8) (3、4、9) (3、5、8) (3、6、7) (4、5、7) | (2、14) (3、13) (4、12) (6、11) (6、10)(7、9) (1、2、13) (1、3、12) (1、4、11) (1、5、10) (1、6、9) (1、7、8) (2、3、11) (2、4、10) (2、5、9) (2、6、8) (3、4、9) (3、5、8) (3、6、7) (4、5、7) |
| 17 | (6、11) (7、10)(8、9) (1、5、11) (1、6、10) (1、7、9) (2、4、11) (2、5、10) (2、6、9) (2、7、8) (3、4、10) | (5、12) (6、11) (7、10)(8、9) (1、4、12) (1、5、11) (1、6、10) (1、7、9) (2、3、12) (2、4、11) (2、5、10) | (4、13) (5、12) (6、11) (7、10)(8、9) (1、3、13) (1、4、12) (1、5、11) (1、6、10) (1、7、9) (2、3、12) | (3、14) (4、13) (5、12) (6、11) (7、10)(8、9) (1、2、14) (1、3、13) (1、4、12) (1、5、11) (1、6、10) |

| | | | | |
|----|---|---|--|--|
| | (3、5、9) (3、6、8) (4、6、7) (4、5、8) | (2、6、9) (2、7、8) (3、4、10) (3、5、9) (3、6、8) (4、6、7) (4、5、8) | (2、4、11) (2、5、10) (2、6、9) (2、7、8) (3、4、10) (3、5、9) (3、6、8) (4、6、7) (4、5、8) | (1、7、9) (2、3、12) (2、4、11) (2、5、10) (2、6、9) (2、7、8) (3、4、10) (3、5、9) (3、6、8) (4、6、7) (4、5、8) |
| 18 | (7、11) (8、10) (1、6、11) (1、7、10) (1、8、9) (2、5、11) (2、6、10) (2、7、9) (3、4、11) (3、5、10) (3、6、9) (3、7、8) (4、5、9) (4、6、8) (5、6、7) | (6、12) (7、11) (8、10) (1、5、12) (1、6、11) (1、7、10) (1、8、9) (2、4、12) (2、5、11) (2、6、10) (2、7、9) (3、4、11) (3、5、10) (3、6、9) (3、7、8) (4、5、9) (4、6、8) (5、6、7) | (5、13) (6、12) (7、11) (8、10) (1、4、13) (1、5、12) (1、6、11) (1、7、10) (1、8、9) (2、3、13) (2、4、12) (2、5、11) (2、6、10) (2、7、9) (3、4、11) (3、5、10) (3、6、9) (3、7、8) (4、5、9) (4、6、8) | (4、14) (5、13) (6、12) (7、11) (8、10) (1、3、14) (1、4、13) (1、5、12) (1、6、11) (1、7、10) (1、8、9) (2、3、13) (2、4、12) (2、5、11) (2、6、10) (2、7、9) (3、4、11) (3、5、10) (3、6、9) (3、7、8) |

| | | | | |
|-----|-----|-----|---------|-------------------------------|
| | | | (5、6、7) | (4、5、9) (4、6、8) (5、6、7) |
| 組合數 | 150 | 163 | 173 | 181 |

續表 4-7：3 顆骰子在不同牌數下的解

| 翻牌法(解法) | | | | |
|---------|---|---|---|---|
| 點數和 | 牌數 15 張 (1~15) | 牌數 16 張 (1~16) | 牌數 17 張 (1~17) | 牌數 18 張 (1~18) |
| 3 | (3)(1、2) | (3)(1、2) | (3)(1、2) | (3)(1、2) |
| 4 | (4)(1、3) | (4)(1、3) | (4)(1、3) | (4)(1、3) |
| 5 | (5) (1、4)(2、3) | (5) (1、4)(2、3) | (5) (1、4)(2、3) | (5) (1、4)(2、3) |
| 6 | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) | (6) (1、5)(2、4) (1、2、3) |
| 7 | (7) (1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) | (7) (1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) | (7) (1、6)(2、5) (3、4) (1、2、4) | (7) (1、6) (2、5)(3、4) (1、2、4) |
| 8 | (8) (1、7)(2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (8) (1、7)(2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (8) (1、7)(2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) | (8) (1、7)(2、6) (3、5) (1、2、5) (1、3、4) |
| 9 | (9) (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) | (9) (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) | (9) (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) | (9) (1、8)(2、7) (3、6)(4、5) (1、2、6) (1、3、5) |

| | | | | |
|----|--|---|--|--|
| | (2、3、4) | (2、3、4) | (2、3、4) | (2、3、4) |
| 10 | (10) (1、9)(2、8) (3、7)(4、6) (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) | (10) (1、9)(2、8) (3、7)(4、6) (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) | (10) (1、9)(2、8) (3、7)(4、6) (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) | (10) (1、9)(2、8) (3、7)(4、6) (1、2、7) (1、3、6) (1、4、5) (2、3、5) |
| 11 | (11) (1、10)(2、9) (3、8)(4、7) (5、6) (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) | (11) (1、10)(2、9) (3、8)(4、7) (5、6) (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) | (11) (1、10)(2、9) (3、8)(4、7) (5、6) (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) | (11) (1、10)(2、9) (3、8)(4、7) (5、6) (1、2、8) (1、3、7) (1、4、6) (2、3、6) (2、4、5) |
| 12 | (12) (1、11) (2、10)(3、9) (4、8)(5、7) (1、2、9) (1、3、8) (1、4、7) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (3、4、5) | (12) (1、11) (2、10) (3、9)(4、8) (5、7) (1、2、9) (1、3、8) (1、4、7) (1、5、6) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (2、4、6) (3、4、5) (3、4、5) | (12) (1、11) (2、10)(3、9) (4、8)(5、7) (1、2、9) (1、3、8) (1、4、7) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (3、4、5) | (12) (1、11) (2、10)(3、9) (4、8)(5、7) (1、2、9) (1、3、8) (1、4、7) (1、5、6) (2、3、7) (2、4、6) (3、4、5) |
| 13 | (13) | (13) | (13) | (13) |

| | | | | |
|----|--|--|--|--|
| | (1、12) (2、11) (3、10)(4、9) (5、8)(6、7) (1、2、10) (1、3、9) (1、4、8) (1、5、7) (2、3、8) (2、4、7) (2、5、6) (3、4、6) | (1、12) (2、11) (3、10)(4、9) (5、8)(6、7) (1、2、10) (1、3、9) (1、4、8) (1、5、7) (2、3、8) (2、4、7) (2、5、6) (3、4、6) | (1、12) (2、11) (3、10)(4、9) (5、8)(6、7) (1、2、10) (1、3、9) (1、4、8) (1、5、7) (2、3、8) (2、4、7) (2、5、6) (3、4、6) | (1、12) (2、11) (3、10)(4、9) (5、8)(6、7) (1、2、10) (1、3、9) (1、4、8) (1、5、7) (2、3、8) (2、4、7) (2、5、6) (3、4、6) |
| 14 | (14) (1、13) (2、12) (3、11) (4、10)(5、9) (6、8) (1、2、11) (1、3、10) (1、4、9) (1、5、8) (1、6、7) (2、4、8) (2、3、9) (2、5、7) (3、4、7) (3、5、6) | (14) (1、13) (2、12) (3、11) (4、10)(5、9) (6、8) (1、2、11) (1、3、10) (1、4、9) (1、5、8) (1、6、7) (2、4、8) (2、3、9) (2、5、7) (3、4、7) (3、5、6) | (14) (1、13) (2、12) (3、11) (4、10)(5、9) (6、8) (1、2、11) (1、3、10) (1、4、9) (1、5、8) (1、6、7) (2、4、8) (2、3、9) (2、5、7) (3、4、7) (3、5、6) | (14) (1、13) (2、12) (3、11) (4、10)(5、9) (6、8) (1、2、11) (1、3、10) (1、4、9) (1、5、8) (1、6、7) (2、4、8) (2、3、9) (2、5、7) (3、4、7) (3、5、6) |
| 15 | (15) (1、14) (2、13) | (15) (1、14) (2、13) | (15) (1、14) (2、13) | (15) (1、14) (2、13) |

| | | | | |
|----|--|--|--|--|
| | (3、12) (5、11) (5、10)(6、9) (7、8) (1、2、12) (1、3、11) (1、4、10) (1、5、9) (1、6、8) (2、3、10) (2、4、9) (2、5、8) (2、6、7) (3、4、8) (3、5、7) (4、5、6) | (3、12) (5、11) (5、10)(6、9) (7、8) (1、2、12) (1、3、11) (1、4、10) (1、5、9) (1、6、8) (2、3、10) (2、4、9) (2、5、8) (2、6、7) (3、4、8) (3、5、7) (4、5、6) | (3、12) (5、11) (5、10)(6、9) (7、8) (1、2、12) (1、3、11) (1、4、10) (1、5、9) (1、6、8) (2、3、10) (2、4、9) (2、5、8) (2、6、7) (3、4、8) (3、5、7) (4、5、6) | (3、12) (5、11) (5、10) (6、9)(7、8) (1、2、12) (1、3、11) (1、4、10) (1、5、9) (1、6、8) (2、3、10) (2、4、9) (2、5、8) (2、6、7) (3、4、8) (3、5、7) (4、5、6) |
| 16 | (1、15) (2、14) (3、13) (4、12) (6、11) (6、10)(7、9) (1、2、13) (1、3、12) (1、4、11) (1、5、10) (1、6、9) (1、7、8) (2、3、11) (2、4、10) (2、5、9) | (16) (1、15) (2、14) (3、13) (4、12) (6、11) (6、10)(7、9) (1、2、13) (1、3、12) (1、4、11) (1、5、10) (1、6、9) (1、7、8) (2、3、11) (2、4、10) | (16) (1、15) (2、14) (3、13) (4、12) (6、11) (6、10)(7、9) (1、2、13) (1、3、12) (1、4、11) (1、5、10) (1、6、9) (1、7、8) (2、3、11) (2、4、10) | (16) (1、15) (2、14) (3、13) (4、12) (6、11) (6、10)(7、9) (1、2、13) (1、3、12) (1、4、11) (1、5、10) (1、6、9) (1、7、8) (2、3、11) (2、4、10) |

| | | | | |
|----|--|--|--|--|
| | (2、6、8) (3、4、9) (3、5、8) (3、6、7) (4、5、7) | (2、5、9) (2、6、8) (3、4、9) (3、5、8) (3、6、7) (4、5、7) | (2、5、9) (2、6、8) (3、4、9) (3、5、8) (3、6、7) (4、5、7) | (2、5、9) (2、6、8) (3、4、9) (3、5、8) (3、6、7) (4、5、7) |
| 17 | (2、15) (3、14) (4、13) (5、12) (6、11) (7、10)(8、9) (1、2、14) (1、3、13) (1、4、12) (1、5、11) (1、6、10) (1、7、9) (2、3、12) (2、4、11) (2、5、10) (2、6、9) (2、7、8) (3、4、10) (3、5、9) (3、6、8) (4、6、7) (4、5、8) | (1、16) (2、15) (3、14) (4、13) (5、12) (6、11) (7、10)(8、9) (1、2、14) (1、3、13) (1、4、12) (1、5、11) (1、6、10) (1、7、9) (2、3、12) (2、4、11) (2、5、10) (2、6、9) (2、7、8) (3、4、10) (3、5、9) (3、6、8) (4、6、7) (4、5、8) | (17) (1、16) (2、15) (3、14) (4、13) (5、12) (6、11) (7、10)(8、9) (1、2、14) (1、3、13) (1、4、12) (1、5、11) (1、6、10) (1、7、9) (2、3、12) (2、4、11) (2、5、10) (2、6、9) (2、7、8) (3、4、10) (3、5、9) (3、6、8) (4、6、7) (4、5、8) | (17) (1、16) (2、15) (3、14) (4、13) (5、12) (6、11) (7、10)(8、9) (1、2、14) (1、3、13) (1、4、12) (1、5、11) (1、6、10) (1、7、9) (2、3、12) (2、4、11) (2、5、10) (2、6、9) (2、7、8) (3、4、10) (3、5、9) (3、6、8) (4、6、7) (4、5、8) |
| 18 | (3、15) | (2、16) | (1、17) | (18) |

| | | | | |
|-----|----------|----------|----------|----------|
| | (4、14) | (3、15) | (2、16) | (1、17) |
| | (5、13) | (4、14) | (3、15) | (2、16) |
| | (6、12)(| (5、13) | (4、14) | (3、15) |
| | 7、11) | (6、12) | (5、13) | (4、14) |
| | (8、10) | (7、11) | (6、12) | (5、13) |
| | (1、2、15) | (8、10) | (7、11) | (6、12) |
| | (1、3、14) | (1、2、15) | (8、10) | (7、11) |
| | (1、4、13) | (1、3、14) | (1、2、15) | (8、10) |
| | (1、5、12) | (1、4、13) | (1、3、14) | (1、2、15) |
| | (1、6、11) | (1、5、12) | (1、4、13) | (1、3、14) |
| | (1、7、10) | (1、6、11) | (1、5、12) | (1、4、13) |
| | (1、8、9) | (1、7、10) | (1、6、11) | (1、5、12) |
| | (2、3、13) | (1、8、9) | (1、7、10) | (1、6、11) |
| | (2、4、12) | (2、3、13) | (1、8、9) | (1、7、10) |
| | (2、5、11) | (2、4、12) | (2、3、13) | (1、8、9) |
| | (2、6、10) | (2、5、11) | (2、4、12) | (2、3、13) |
| | (2、7、9) | (2、6、10) | (2、5、11) | (2、4、12) |
| | (3、4、11) | (2、7、9) | (2、6、10) | (2、5、11) |
| | (3、5、10) | (3、4、11) | (2、7、9) | (2、6、10) |
| | (3、6、9) | (3、5、10) | (3、4、11) | (2、7、9) |
| | (3、7、8) | (3、6、9) | (3、5、10) | (3、4、11) |
| | (4、5、9) | (3、7、8) | (3、6、9) | (3、5、10) |
| | (4、6、8) | (4、5、9) | (3、7、8) | (3、6、9) |
| | (5、6、7) | (4、6、8) | (4、5、9) | (3、7、8) |
| | | (5、6、7) | (4、6、8) | (4、5、9) |
| | | | (5、6、7) | (4、6、8) |
| | | | | (5、6、7) |
| 組合數 | 186 | 189 | 191 | 192 |

表 4-8：3 顆骰子在不同牌數時，各數字牌出現的次數統計：

| 牌面數字 | 牌數(張) | | | | | | | | | | | |
|------|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 1 | 21 | 28 | 36 | 43 | 49 | 56 | 58 | 61 | 63 | 64 | 65 | 65 |
| 2 | 20 | 28 | 35 | 41 | 46 | 51 | 54 | 55 | 57 | 58 | 58 | 58 |
| 3 | 22 | 29 | 35 | 40 | 44 | 47 | 50 | 51 | 53 | 53 | 53 | 53 |
| 4 | 21 | 28 | 33 | 37 | 40 | 43 | 45 | 46 | 46 | 46 | 46 | 46 |
| 5 | 22 | 25 | 32 | 36 | 39 | 41 | 42 | 42 | 42 | 42 | 42 | 42 |
| 6 | 22 | 26 | 31 | 34 | 37 | 38 | 38 | 38 | 38 | 38 | 38 | 38 |
| 7 | 21 | 26 | 29 | 31 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| 8 | | 25 | 27 | 28 | 28 | 28 | 28 | 28 | 28 | 28 | 28 | 28 |
| 9 | | | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
| 10 | | | | 21 | 21 | 21 | 21 | 21 | 21 | 21 | 21 | 21 |
| 11 | | | | | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 |
| 12 | | | | | | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 |
| 13 | | | | | | | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 14 | | | | | | | | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 15 | | | | | | | | | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 16 | | | | | | | | | | 3 | 3 | 3 |
| 17 | | | | | | | | | | | 2 | 2 |
| 18 | | | | | | | | | | | | 1 |

表 4-9：3 顆骰子在不同牌數時，各數字牌出現機率：

| 牌面數字 | 牌數(張) | | | | | | | | | | | |
|------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 1 | 34% | 15% | 19% | 22% | 26% | 29% | 30% | 32% | 33% | 33% | 34% | 34% |
| 2 | 33% | 32% | 31% | 31% | 31% | 31% | 31% | 30% | 31% | 31% | 30% | 30% |
| 3 | 36% | 33% | 31% | 30% | 29% | 29% | 29% | 28% | 28% | 28% | 28% | 28% |
| 4 | 34% | 32% | 29% | 28% | 27% | 26% | 26% | 25% | 25% | 24% | 24% | 24% |
| 5 | 36% | 29% | 29% | 27% | 26% | 25% | 24% | 23% | 23% | 22% | 22% | 22% |
| 6 | 36% | 30% | 28% | 26% | 25% | 23% | 22% | 21% | 20% | 20% | 20% | 20% |
| 7 | 34% | 30% | 26% | 23% | 21% | 20% | 18% | 18% | 17% | 17% | 17% | 17% |
| 8 | | 29% | 24% | 21% | 19% | 17% | 16% | 15% | 15% | 15% | 15% | 15% |
| 9 | | | 22% | 19% | 17% | 15% | 14% | 14% | 13% | 13% | 13% | 13% |
| 10 | | | | 16% | 14% | 13% | 12% | 12% | 11% | 11% | 11% | 11% |
| 11 | | | | | 11% | 10% | 10% | 9% | 9% | 9% | 9% | 9% |
| 12 | | | | | | 8% | 8% | 7% | 7% | 7% | 7% | 7% |
| 13 | | | | | | | 6% | 6% | 5% | 5% | 5% | 5% |
| 14 | | | | | | | | 4% | 4% | 4% | 4% | 4% |
| 15 | | | | | | | | | 3% | 3% | 3% | 3% |
| 16 | | | | | | | | | | 2% | 2% | 2% |
| 17 | | | | | | | | | | | 1% | 1% |
| 18 | | | | | | | | | | | | 1% |

小結：

1. 使用 3 顆骰子時，牌數應該至少有 7 張才能玩，少於 7 張牌，也就是只有數字 1~6 時，部分點數和無解。
2. 牌數有 7 張時，最久只可能玩五輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 8 張時，最久只可能玩六輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 9 張時，最久只可能玩七輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 10 張時，最久只可能玩八輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 11 張時，最久只可能玩九輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 12 張時，最久只可能玩十輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 13 張時，最久只可能玩十一輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 14 張時，最久只可能玩十二輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 15 張時，最久只可能玩十三輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 16 張時，最久只可能玩十四輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 17 張時，最久只可能玩十五輪，且每次使用 1 張牌。
牌數有 18 張時，最久只可能玩十六輪，且每次使用 1 張牌。
3. 如表 4-9，牌面數字越大，出現機率越低，因此需先將大牌先用掉，且使用牌數越少張較容易獲勝。
4. 當 7 張牌時，玩家擲骰子時，若擲到最大數，那玩一輪就結束了。

伍、研究結果與討論

- 一、這個遊戲在翻牌時，並未限制翻牌數，只要能湊出骰子點數即可，因此為了增加獲勝機率，從大數開始翻，翻牌數越少越好。
- 二、某些情形下，可能會出現擲到最大數一輪就遊戲結束的狀況，如 1 顆骰子，但只有 3 張數字牌、2 顆骰子，但只有 5 張數字牌，以及 3 顆骰子，但只有 7 張數字牌，最大總和都只有一個解，因此製作此玩具應該避開這種狀況。
- 三、雖然增加牌數會使翻牌組合變多，但是增加的幅度不大，因此骰子數增加，牌數不見得要加到滿，如市售 2 顆骰子雖然最大總和為 12，但只搭配 10 張數字牌，我認為 1 顆骰子 5 張牌最佳，3 顆骰子 15 張牌最佳。

陸、評鑑與檢討

選擇研究主題時，雖然一直想研究與數學相關的，但到底做什麼題目，我一直猶豫不決，後來才決定要研究這個主題。

原本我還有一個組員，後來他因為興趣缺缺，所以離開了我這一組，雖然對我來說是一件好事，但一個人實在太辛苦了。分析各種解法時，我常常東漏一個，西漏一個，所以我有時候會想要放棄。

我覺得研究過程中，最困難的是找出組合，因為要一個一個找真的很累，更麻煩的是數那個每張牌總共有幾組組合。

歸納資料時，為了統計每個數字的頻率，所以我用直接數的方式來用計算，但到了兩顆骰子的時候，我發現解法實在太多，這個方法太沒效率了，老師教我用 Ctrl+F，搜尋出目標組合，電腦會順便列出有幾組，速度就變快很多，寫報告時就很輕鬆，只要一直複製就好。

本來預定延伸玩法，但因時間不足，所以只能研究變更骰子的數量和牌數，並只是研究加法的組合，如果可以延伸成為語文遊戲，例如拼國字或英文單字，應該會更有趣。

之後如果還有研究我覺得我不應該自己一個人，有組員雖然不能完全自己做主，但是可以分攤工作；不過在這整個研究過程中，我覺得自己的計算能力和反應能力提升了不少。

柒、參考資料

四人數字翻牌遊戲，取自

<https://www.ruten.com.tw/item/show?22238397211426>