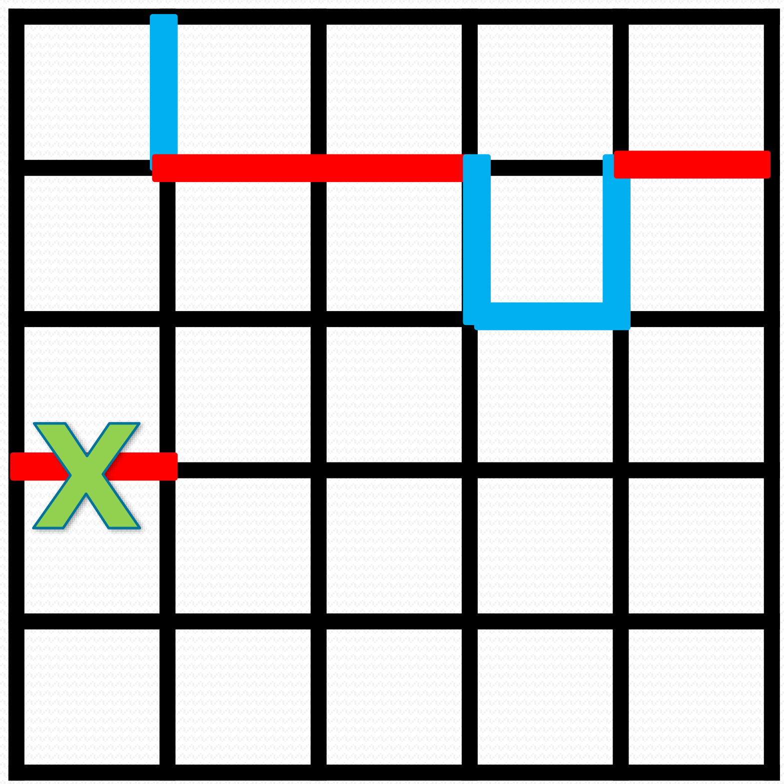
攻守「鋸」佳

作者：劉秉勳、沈兆謙

鋸木塊遊戲規則

先手

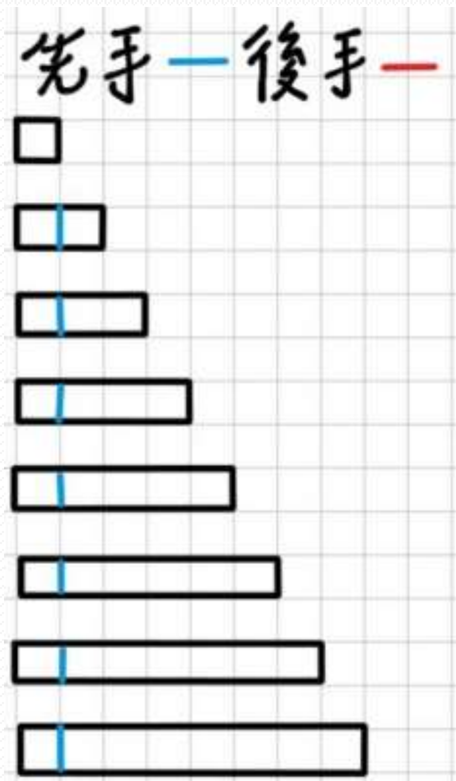
後手

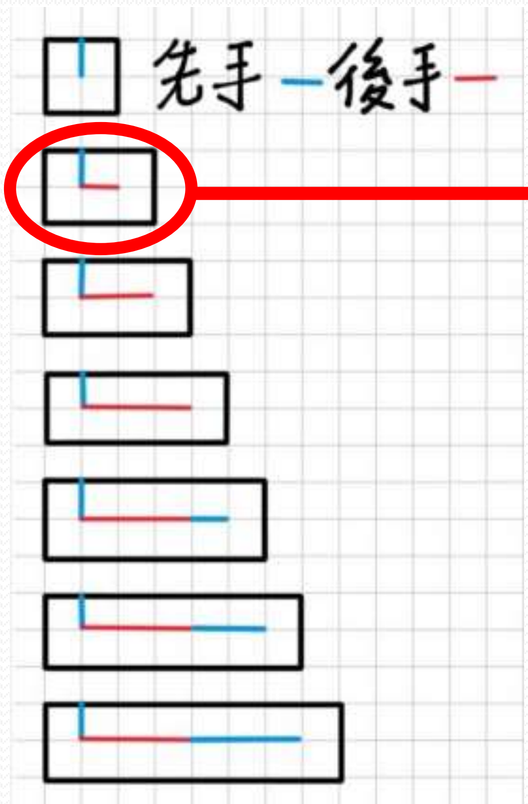


←後手輸了

從n×n到m×n

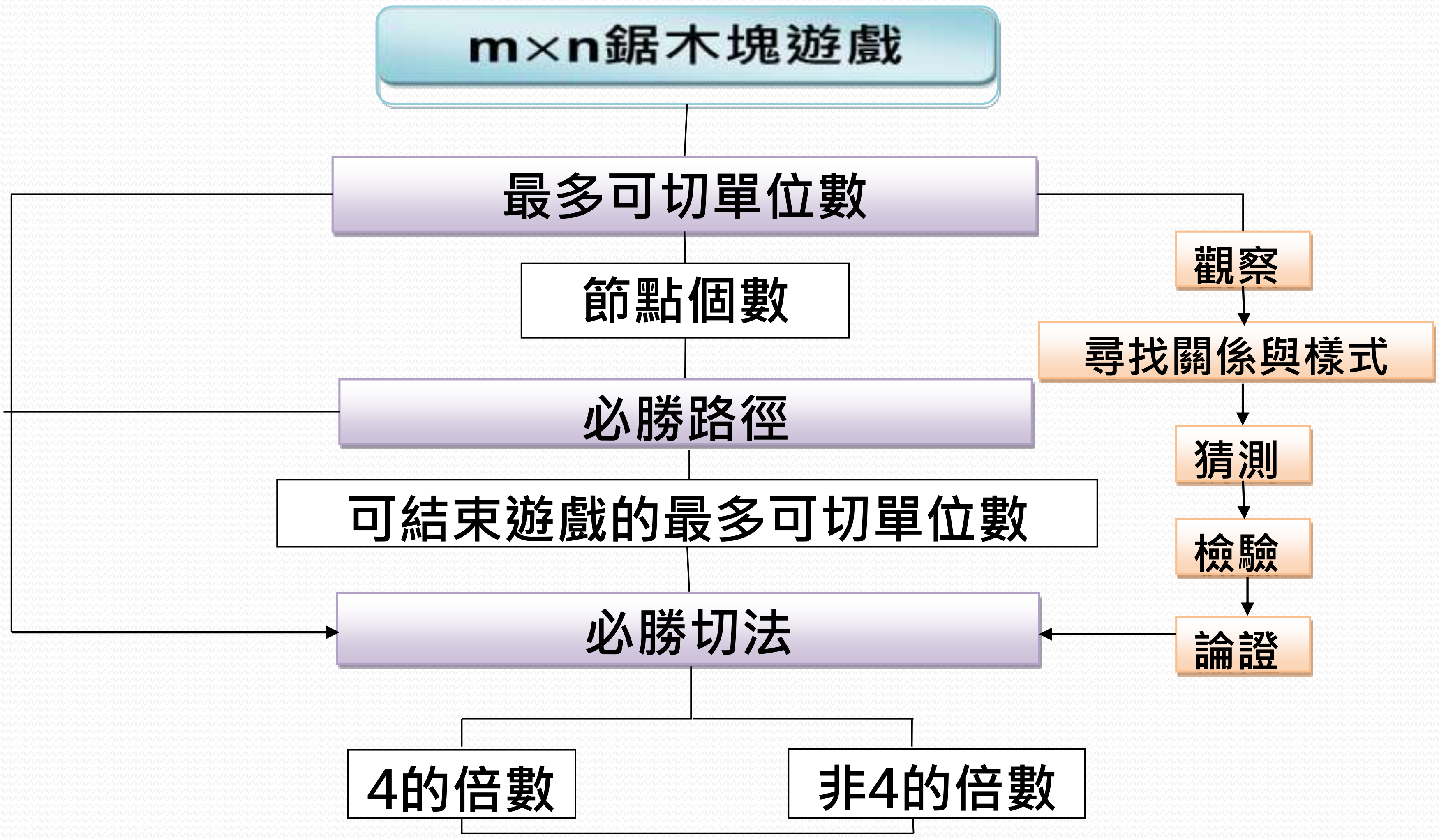
- m=?　n=?





$m \geq 2$
$n \geq 3$

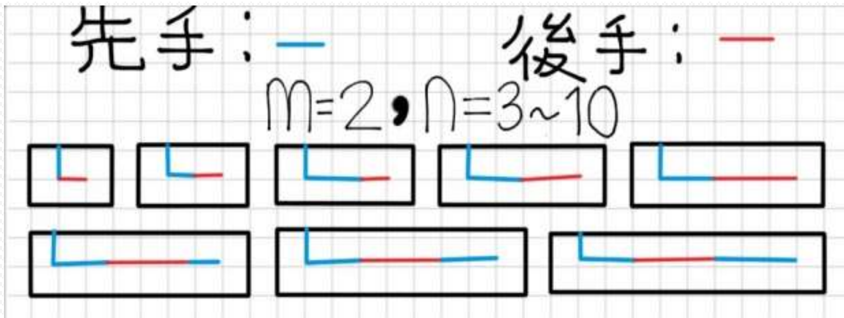
研究架構圖

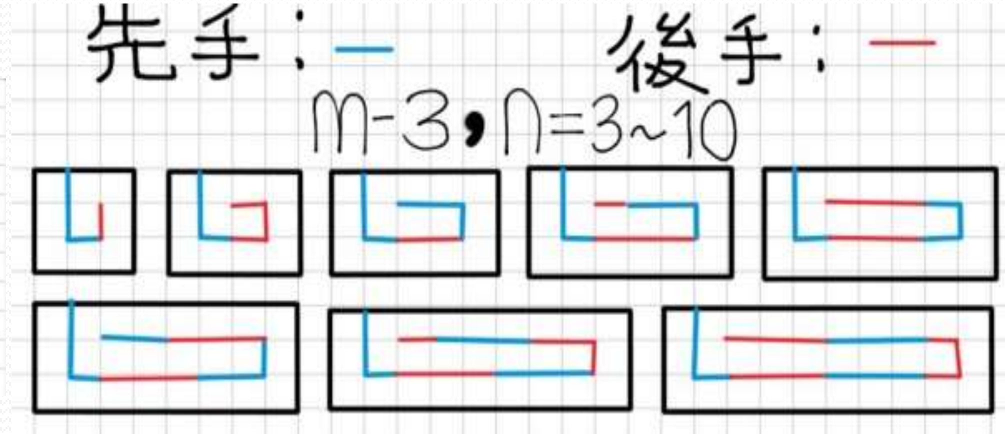


m×n鋸木塊遊戲
最多可切單位數
節點個數
必勝路徑
可結束遊戲的最多可切單位數
必勝切法
4的倍數
非4的倍數
觀察
尋找關係與樣式
猜測
檢驗
論證

m×n鋸木塊遊戲的最多可切單位數

觀察、尋找關係與樣式





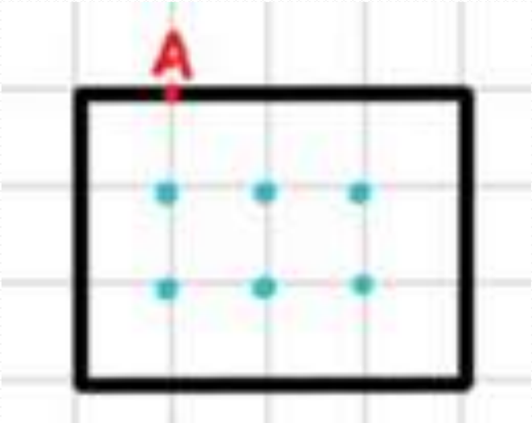
規格	最多可切單位數	
2×3	(2-1)×(3-1)	2單位
2×4	(2-1)×(4-1)	3單位
2×5	(2-1)×(5-1)	4單位
2×6	(2-1)×(6-1)	5單位
2×7	(2-1)×(7-1)	6單位
2×8	(2-1)×(8-1)	7單位
2×9	(2-1)×(9-1)	8單位
2×10	(2-1)×(10-1)	9單位

規格	最多可切單位數	
3×3	(3-1)×(3-1)	4單位
3×4	(3-1)×(4-1)	6單位
3×5	(3-1)×(5-1)	8單位
3×6	(3-1)×(6-1)	10單位
3×7	(3-1)×(7-1)	12單位
3×8	(3-1)×(8-1)	14單位
3×9	(3-1)×(9-1)	16單位
3×10	(3-1)×(10-1)	18單位

m×n鋸木塊遊戲的最多可切單位數

猜測與檢驗

透過觀察及尋找關係，我們猜測最多可切的單位數與方格表中的**節點個數**有關，由上表的檢驗，發現**最多可切單位數都是(邊長-1) ×(邊長-1)**，而**節點個數皆為(m-1)×(n-1)**，兩者相符合。



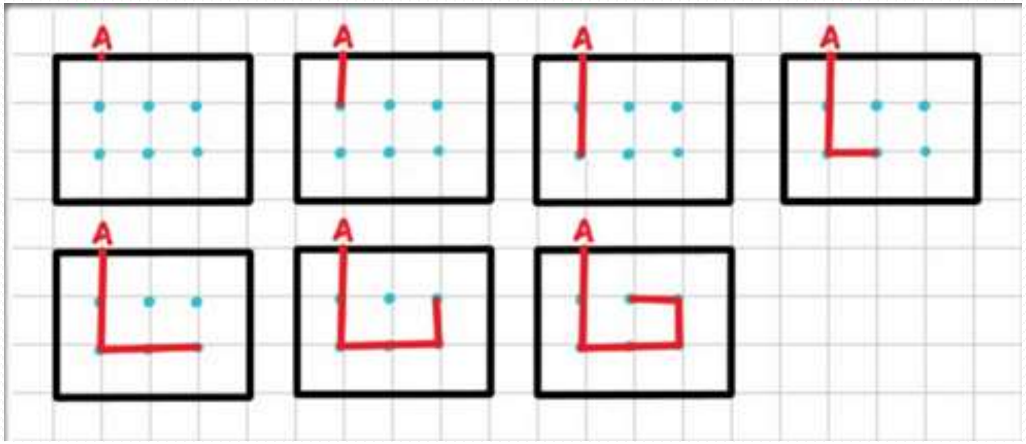
Why?

m×n鋸木塊遊戲的最多可切單位數

論證

觀察被孤立的節點數量與所鋸單位數的關聯

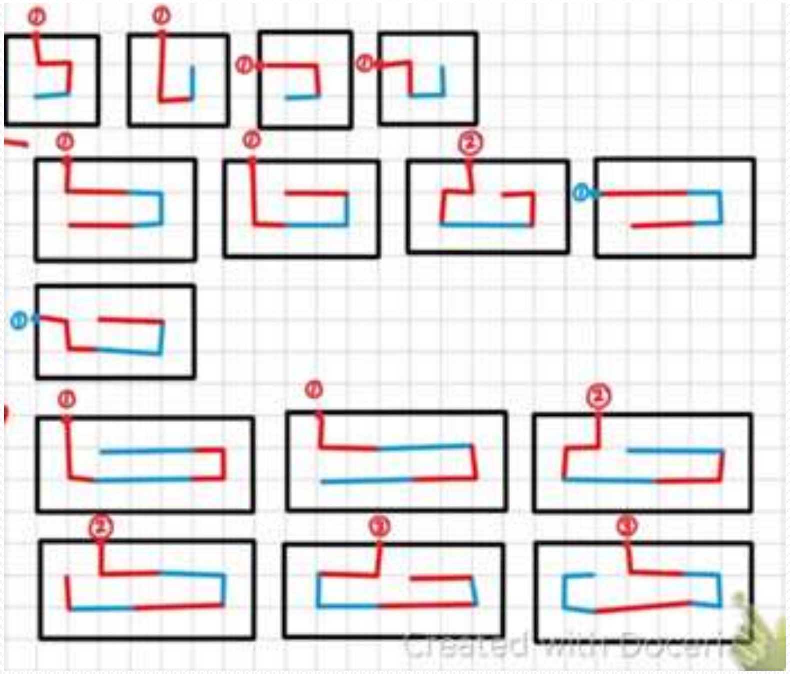
鋸木塊遊戲所鋸的單位數	被孤立的節點個數
0	6
1	5
2	4
3	3
4	2
5	1
6	0



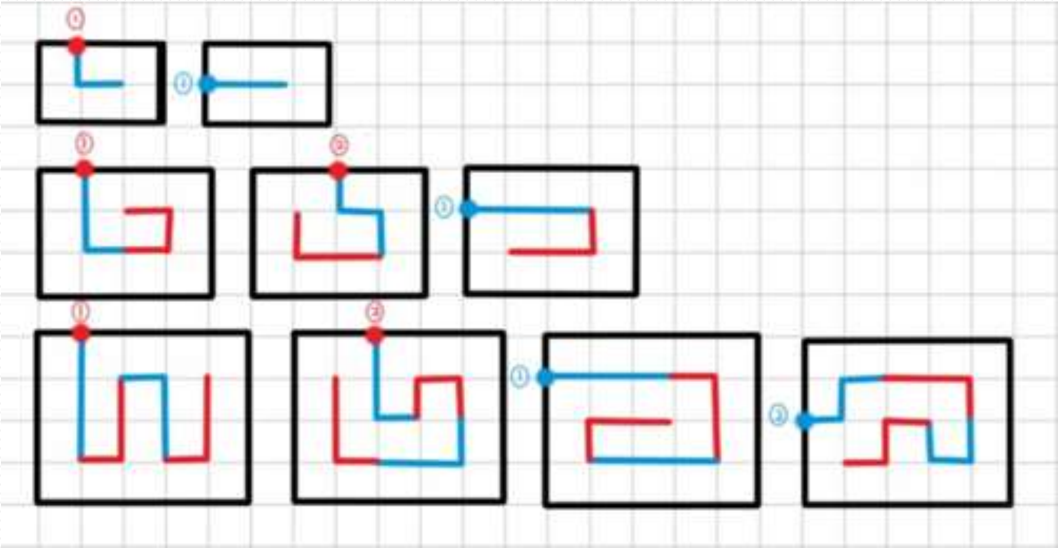
m×n鋸木塊遊戲的最多可切單位數的必勝路徑

觀察、尋找關係與樣式

奇數邊長×奇數邊長



奇數邊長×偶數邊長

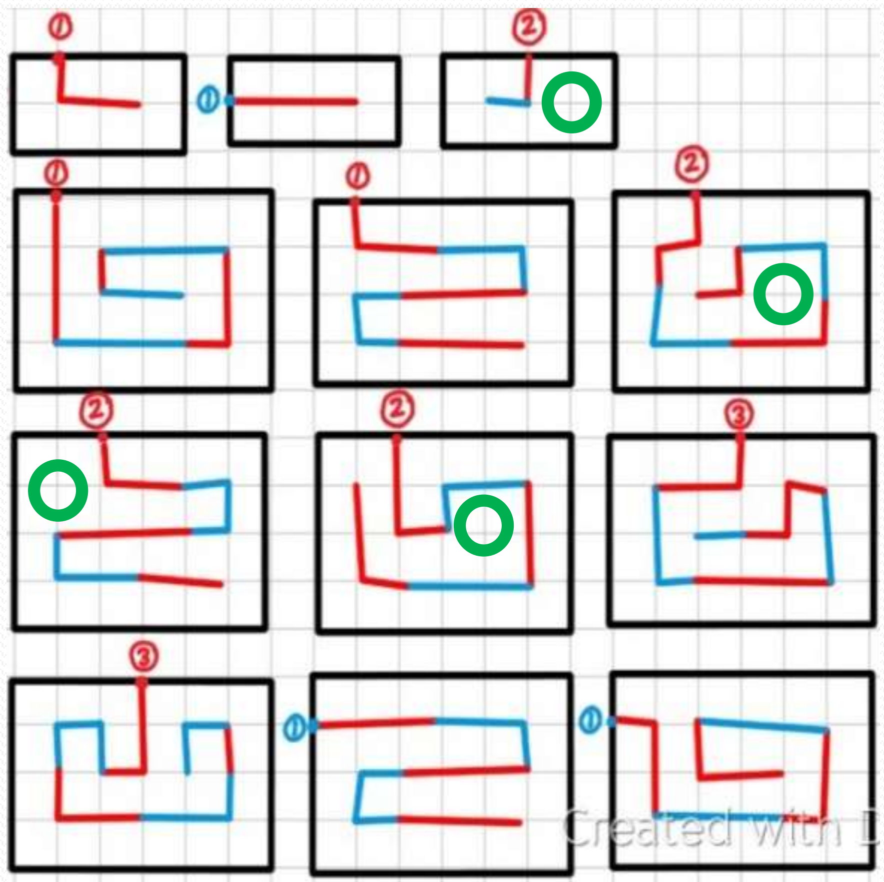


發現可以從任何行或列開始切，切出該方格表中最多可切單位數

m×n鋸木塊遊戲的最多可切單位數的必勝路徑

觀察、尋找關係與樣式

偶數邊長×偶數邊長

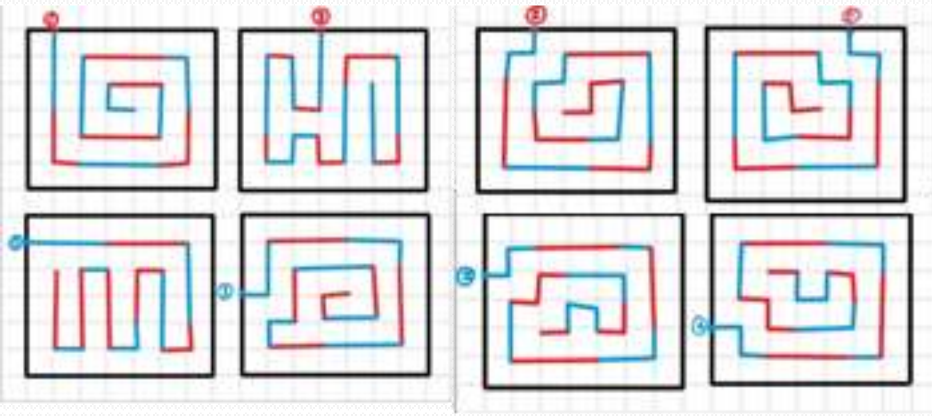


Why?

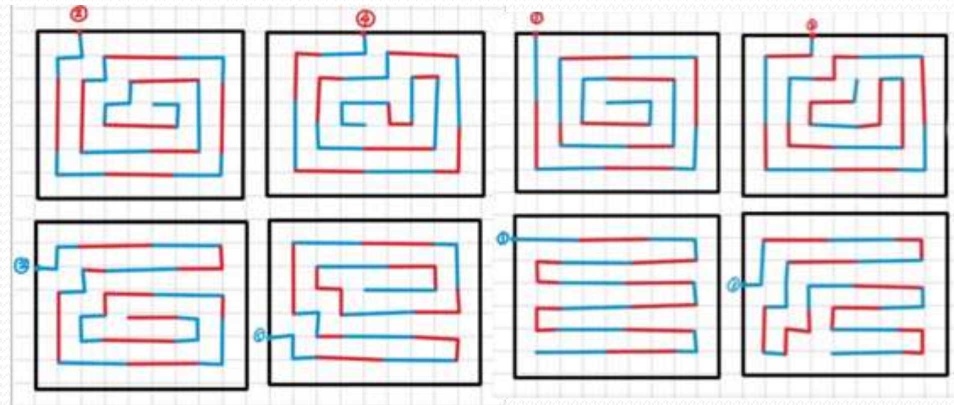
m×n鋸木塊遊戲的最多可切單位數的必勝路徑

猜測與檢驗

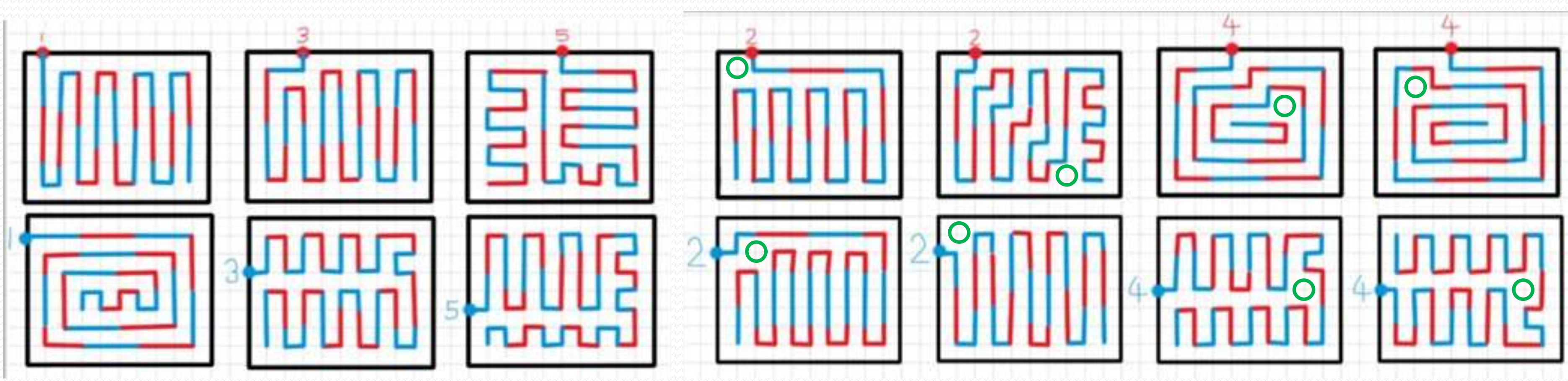
6×7方格表



7×9方格表



8×10方格表

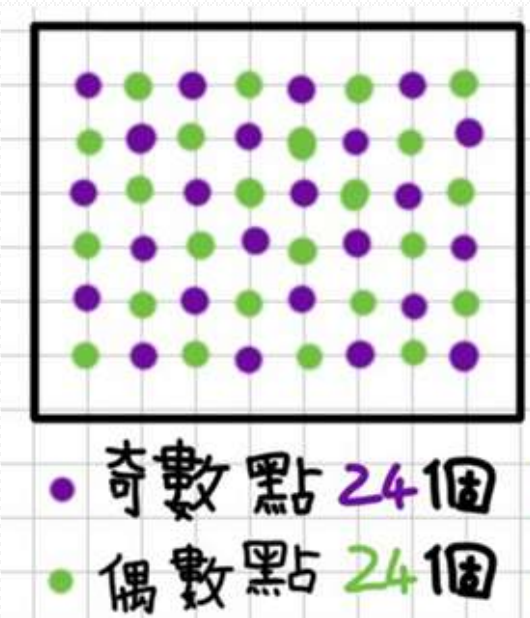


m×n鋸木塊遊戲的最多可切單位數的必勝路徑

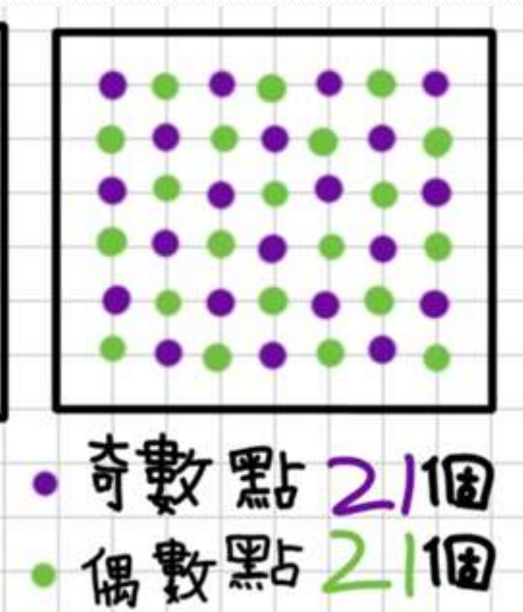
論證

我們運用**塗色法**來進行論證

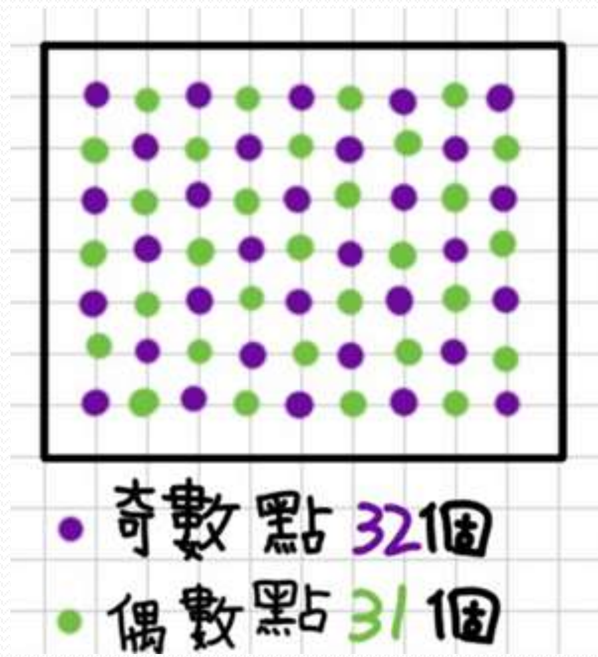
7×9方格表



7×8方格表



8×10方格表



m×n鋸木塊遊戲的最多可切單位數的必勝切法

觀察

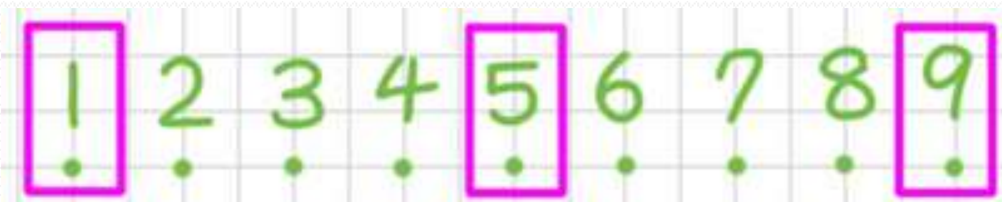
我們想知道在不同類型的m×n方格表中，如果要切出最多可切單位數，哪一方容易獲勝？要怎麼切才容易獲勝？最多可切單位數與必勝切法有何關聯？

m×n鋸木塊遊戲的最多可切單位數的必勝切法

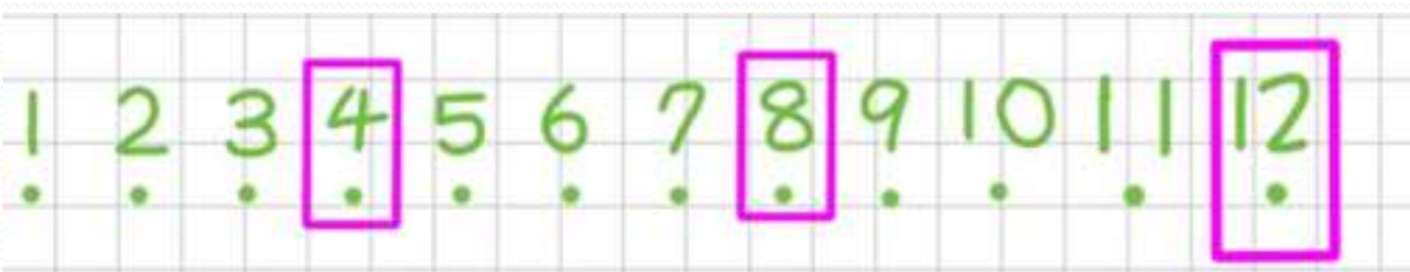
尋找關係與樣式

我們運用**逆向思考法**來進行研究

2×10方格表



3×7方格表

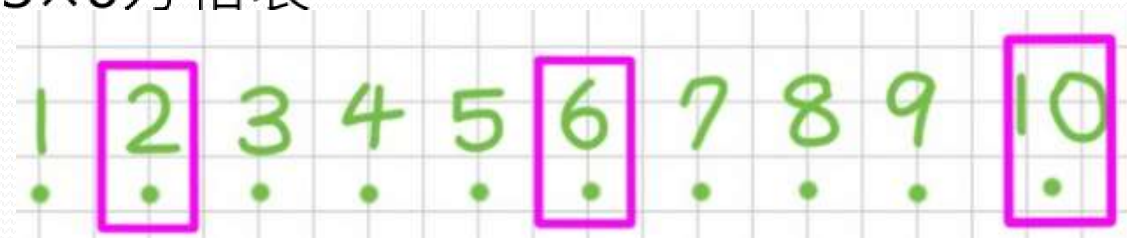


m×n鋸木塊遊戲的最多可切單位數的必勝切法

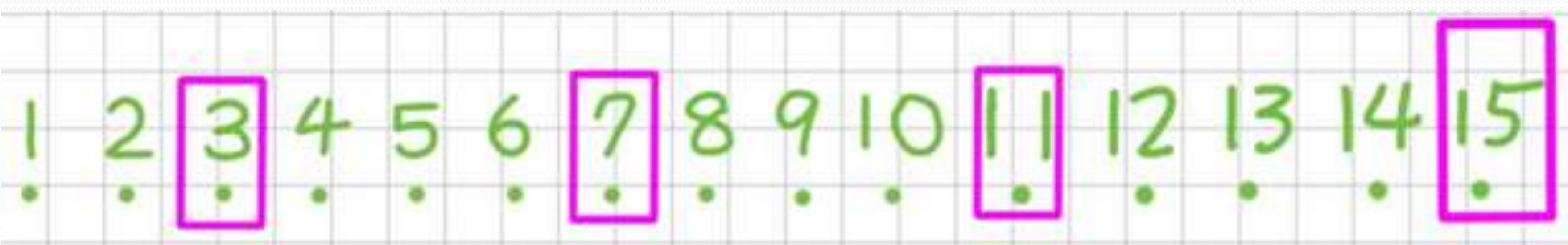
猜測與檢驗

推測必勝切法與方格表中的節點個數是否為**4的倍數**有相關性

3×6方格表



4×6方格表



m×n鋸木塊遊戲的最多可切單位數的必勝切法

論證

- 最多可切單位數
  - 4的倍數
    - 後手易獲勝
    - 4-先手所切的單位數
  - 非4的倍數
    - 先手易獲勝
    - 先切(總單位數÷4後的餘數)單位，之後接續後手切(4 -後手所切的單位數)單位就能獲勝。