

格格Blue~

探究四連方數謎



題目說明

$$= D \times E \times H$$

$$= A \times B \times J \times P$$

$$= A \times B \times P \times Q$$

$$= F \times F \times L$$

$$= G \times G \times J$$

$$= A \times B \times K \times N$$

$$= C \times M \times M$$

$$= A \times D \times G \times H$$

- 這是一個由兩組四聯方組成的矩形(5*8)。
- 每個解答是由數字1, 2, 3, 4組成。
- 每行是通過將未知數相乘得到的五位數。
- 每個未知數是小於100的質數，且 $A < B < C < D \dots < N < P < Q$ 。

擬定研究計畫

閱讀、認識題目

```
graph TD; A[閱讀、認識題目] --> B[從左方圖形破解]; A --> C[從右方未知數破解]; B --> D[創作4*10的數謎]; C --> D;
```

從左方圖形破解

從右方未知數破解

創作4*10的數謎

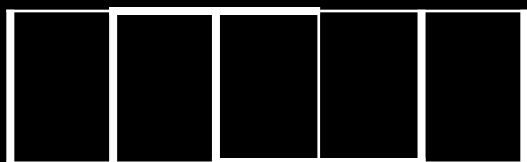
右方破解分析

◎從右方未知數破解

1. 找出一百以內的質數：2、3、5、7、11、13、17、19、23、29、31、37、41、43、47、53、59、61、67、71、73、79、83、89、97。
2. 判斷：尾數會出現2或4，而且A要最小值，所以 $A=2$ 。
3. 假設 $B=3$ 。
4. 八列算式分析：第三式有兩組極端值，所以數字的可能性比較容易界定範圍，所以從三式開始破解。

右方破解過程 I

5. 第三列



$$=A*B*P*Q$$

(1) 因字母排序P、Q是第21、22個，
P、Q的可能性為73、79、83、89、
97；可能性有10種，帶入假設。

(2) 帶入假設的數字：

- $2*3*73*79=34602$
- $2*3*79*83=39342$
- $2*3*83*89=44322$ (可用)
- $2*3*89*97=51798$
- $2*3*73*83=36354$
- $2*3*73*89=38982$
- $2*3*73*97=42486$
- $2*3*79*89=42186$
- $2*3*79*97=45978$
- $2*3*83*97=48306$
- 符合數字全都是1、2、3、4的
只有一個，第三列為44322；
A=2，B=3，P=83，Q=89。

右方破解順序

$$= D \times E \times H$$

第5

$$= A \times B \times J \times P$$

第2

$$= A \times B \times P \times Q$$

第1

$$= F \times F \times L$$

第6

$$= G \times G \times J$$

第3

$$= A \times B \times K \times N$$

第7

$$= C \times M \times M$$

第8

$$= A \times D \times G \times H$$

第4

帶入計算後，許多式子都只剩一個未知數，但是有四列有兩個未知數。

右方破解過程 II

- 第八列A*D*G*H
- 第四列F*F*L
- 第六列A*B*K*N
- 第七列C*M*M

兩個未知數 判斷兩數範圍

A*D*G*H

(1) $G=31$ ，D的字母排序是第4個，D的可能性為11、13、17、19。

(2) $G=31$ ， $J=43$ ，H的字母排序是第8個，H的可能性為37、41。

F*F*L

(1) $19 < F < 31$ ，所以F的可能性為23、29。

(2) $43 < L < 71$ ，所以L的可能性為47、53、59、61。

右方破解過程 III

- 第八列 A*D*G*H
- 第四列 F*F*L
- 第六列 A*B*K*N
- 第七列 C*M*M

兩個未知數 判斷兩數範圍

A*B*K*N

- (1) $43 < K < 59$ ，所以 K 的可能性為 47、53。
- (2) $61 < N < 79$ ，所以 N 的可能性為 67、71、73。

C*M*M

- (1) 因為若有 5，個位必是 0 或 5，故不合。
- (2) $B=3$ ， $D=17$ ，得 $7 \leq C < 17$ ，C 的可能性為 7、11、13。
- (3) $L=59$ ， $N=73$ ， $61 \leq M < 73$ ，M 的可能性為 61、67、71。

左方破解分析

1. 分析八列圖形的可能性

- (1) 第一列有 $4*4*3*4*2=384$ 種可能性。
- (2) 第二列有 $4*4*3*4=192$ 種可能性。
- (3) 第三列有 $4*4*3*4=192$ 種可能性。
- (4) 第四列有 $4*4*3*4*2=384$ 種可能性。
- (5) 第五列有 $4*3*4*3*2=288$ 種可能性。
- (6) 第六列有 $4*2*3*4=96$ 種可能性。
- (7) 第七列有 $4*4*4*3*2=384$ 種可能性。
- (8) 第八列有 $4*3*2*3=72$ 種可能性。
- (9) 依據上面分析，先算第八列。

左方破解過程

2. 第八列

(1) $2*11*13*47$ 、 $2*11*37*53$ 、 $2*17*31*41$

三種可能，目前無法判斷。

(2) 等待第六列答案，得知 $K=53$

(3) 假設第八式= $2*11*13*47$

● 第七式可能： 12413 、 12431 、 32413 、 32431 、
 42413 、 42431 ，皆不符合。

(4) 第八式只有可能是 $43214=2*17*31*41$ ，
可得 $D=17$ 、 $G=31$ 、 $H=41$ 。

左方破解順序

第8

第7

第5

第6

第4

第2

第3

第1

$$= D \times E \times H$$

$$= A \times B \times J \times P$$

$$= A \times B \times P \times Q$$

$$= F \times F \times L$$

$$= G \times G \times J$$

$$= A \times B \times K \times N$$

$$= C \times M \times M$$

$$= A \times D \times G \times H$$

分成三組，每一組的上下兩列先破解，中間那一個就容易計算。

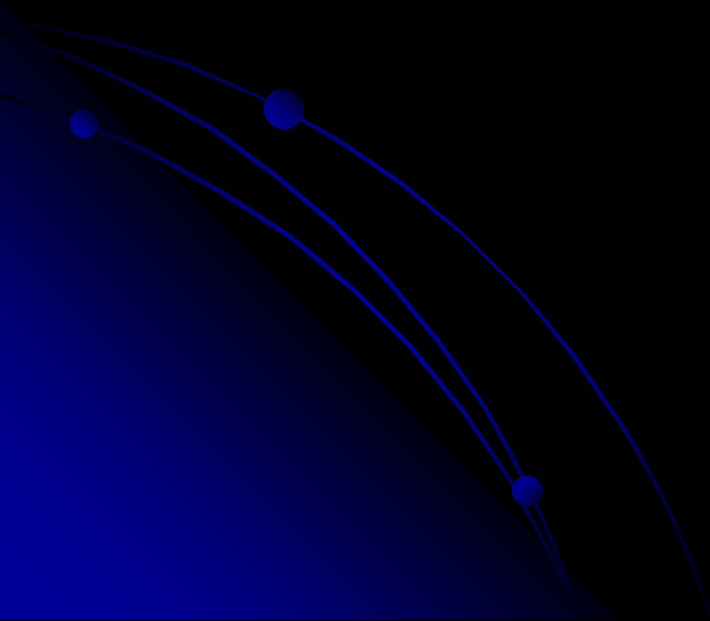
左方破解原則

1. 質因數分解

2. 配合右邊未知數順序大小

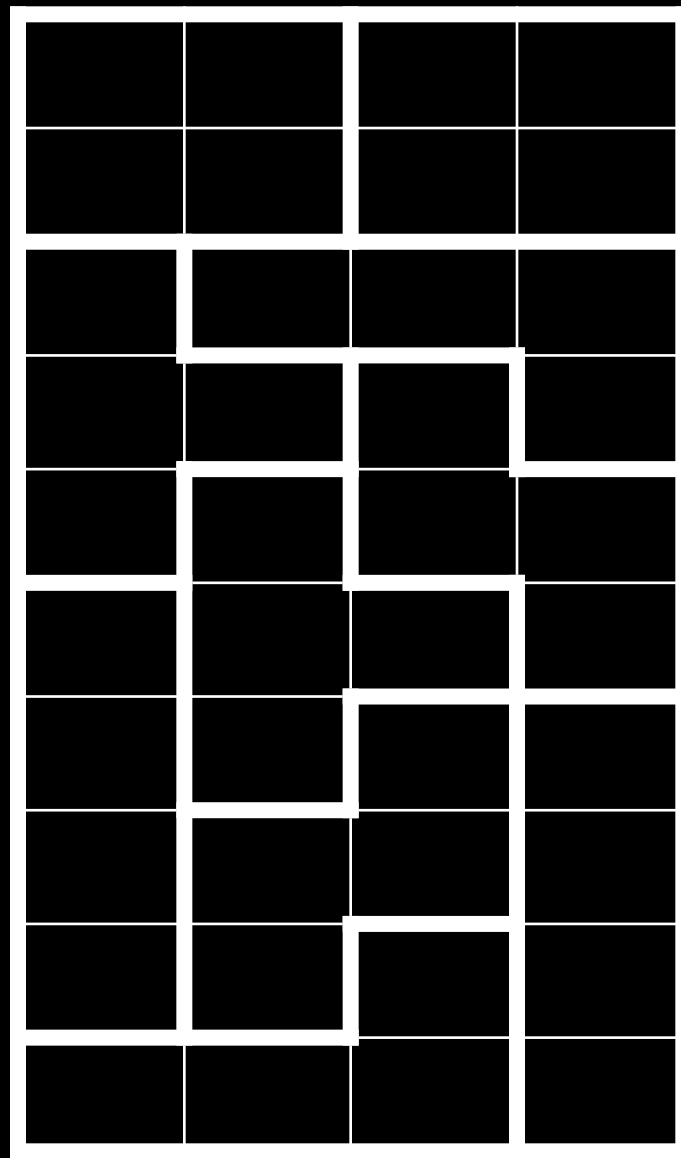
左邊圖形數字重複和不可重複性

挑選可能性的式子



自創新數謎

- 因為題目是"8*5"的四連方數謎，所以我們想要嘗試"4*10"的四連方數謎。
- 拼湊之後，做出如右的長方形拼圖。



自創新數謎

- 將數字"1、2、3、4"排列，可分為數字不重複和數字重複兩種情形，
數字重複： $4*4*4*4=256$ 。
數字不重複： $4*3*2*1=24$ 。
- 因為時間的關係，我們選擇做數字不重複的四連方數謎。
- 將24種可能性數字一一列出並進行質因數分解，再挑選10個不相同的數字。

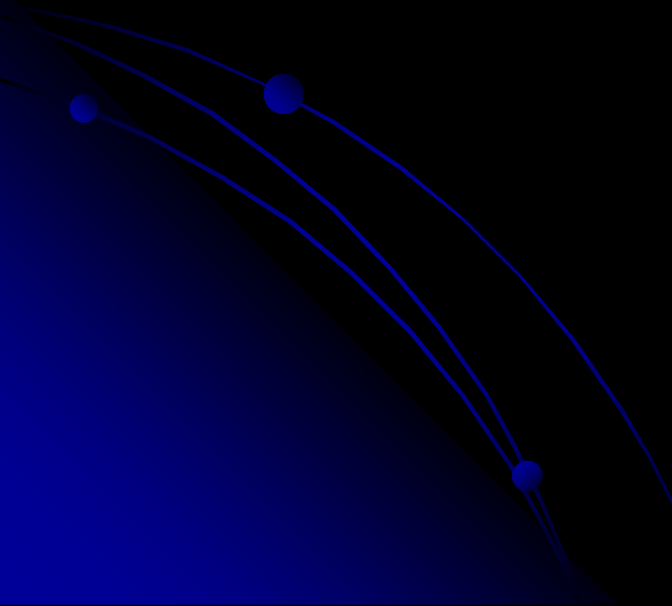
自創新數謎

				$= A^A * Q$	(1)這是一個由兩組四聯方組成的矩形(4*10)。
				$= D * E * F$	
				$= A * E * K$	(2)每個解答是由數字1, 2, 3, 4組成且數字不重複。
				$= A^A * 853$	
				$= D * M$	
				$= A^{3*} C^A * D$	
				$= H * O$	(3)每行是通過將未知數相乘得到的四位數。
				$= D * Q$	
				$= A * D * I$	(4)每個未知數是 <small>小於500的質數</small> ，且 $A < B < C < D \dots < N < P < Q$ 。
				$= A * D * L$	

新數謎破解順序

				= A ^A * Q	1
				= D * E * F	7
				= A * E * K	3
				= A ^A * 853	2
				= D * M	4
				= A ³ * C ^A * D	5
				= H * O	9
				= D * Q	10
				= A * D * I	6
				= A * D * L	8

困難與解決

- 100以內的質數
 - 未知數的假設
 - 質因數分解
 - 左方破解中有些式子的可能性太多
- 

收穫與省思

優點：動作迅速
思考敏捷

缺點：粗心大意
個性急躁

同伴的優點：細心
三思而後行

優點：詳細檢查
思考周全

缺點：檢查速度慢
打字速度慢

同伴的優點：掌握時間
很有想法

THE END

