彰化縣108年度國民中小學學生獨立研究作品徵選
作品說明書

郵票助你一「幣」之力

第一階段 研究訓練階段

一、近二年學校獨立研究課程之規劃

本校資優班於中、高年級分設「專題研究」、「獨立研究指導」相關課程，旨在培養學生以資訊技能作為擴展學習與溝通研究工具的習慣，提升資料搜尋、處理、分析、展示與應用的能力；並進行基礎研究技能的訓練，配合多元化課程規劃，擬定並執行、調整與修正研究計畫，培養對專題研究發表的能力與經驗。

二、學校如何提供該生獨立研究訓練

本校獨立研究訓練相關課程規劃採循序漸進的模式：

（一）探索及簡單的方法訓練經由討論、蒐集、報告、創作、欣賞、評鑑等活動，涉獵各科領域。安排不同的主題課程，循序引導學生學會資料蒐集、重點摘錄、應用、分析、歸納整理、發表，並培養主題研究的興趣。

（二）方法訓練透過主題研究的方式，練習各種研究方法，如：實驗、調查、問卷及工具的認識與應用。

（三）分組研究與創作熟練各種研究方法，以興趣出發，師生共同討論決定研究主題，採小組分工合作方式，共同完成。

（四）獨立研究與創作學生能自行擬定研究計畫，安排學習進度，適時完成計畫及自我評鑑。

第二階段 獨立研究階段

一、研究動機

在數學遊戲分享活動中，有同學分享了一道題目:「用 1 元或 5 元的硬幣湊成 200 元，有幾種湊法？」同學彼此討論後，經驗了用列表方式把每一種方法列出，觀察表中找出規律，其規律算法為 200÷5=40，40+1 種。提出如果增加 10 元硬幣，會有幾種湊法，可不可能也有規律可尋，也有簡便的算法？如果把 1 元、5 元硬幣改成郵票 5 元、11 元，是否能組合成所有面額的郵資？於是我們就進行以下的研習找尋答案。

二、 擬定正式計畫、研究問題及工作進度表

（一）擬定正式計畫、研究問題

1、用 1 元、5 元或 10 元的硬幣湊成 150 元，有幾種湊法？

2、用 1 元、5 元或 10 元的硬幣湊成某錢時，能找到有規律及簡便的算法求其方法數？

3、任意一組郵票無法組合成的郵資有哪些？如何找到不能組成郵資的最大數字？

4、從 1 元到 200 元的郵資中，有哪些郵資是無法用 5 元、11 元的郵票組合成？

（二）工作進度表

	1-3 月	4-5 月	6 月	9 月	10 月	11 月
選擇主題	V					
擬定問題		V				
尋找資源			V	V		
記錄研究發現與結果				V	V	
研究報告整理與打字					V	V
評鑑與檢討						V

三、 彙整相關文獻

（一）第22屆全國科展數學科國小組：有趣的湊錢法

（二）第40屆全國科展數學科國小組：解開難題的鑰匙

（三）第 46 屆全國科展數學科國小組：錢幣變臉秀

四、資料分析

【研習一】用 1 元、5 元或 10 元的硬幣湊成 150 元，有幾種湊法？

「方法一」先簡化問題

1、同學分工合作，每個人負責一些數字（錢數），每一個錢數，
用 1 元、5 元或 10 元的硬幣去湊，列出所有湊的方法。

（如表一，表二。）

表一

10－14

10 元的個數	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
5 元的個數	0	1	2	0	0	1	2	0	0	1
1 元的個數	10	5	0	0	11	6	1	1	12	7
湊成的錢數	10	10	10	10	11	11	11	11	12	12

10 元的個數	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
5 元的個數	2	0	0	1	2	0	0	1	2	0
1 元的個數	2	2	13	8	3	3	14	9	14	14
湊成的錢數	12	12	13	13	13	13	14	14	14	14

15－19

10 元的個數	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5 元的個數	0	1	2	3	0	1	0	1	2	3
1 元的個數	15	10	5	0	5	0	16	11	6	1
湊成的錢數	15	15	15	15	15	15	16	16	16	16

10 元的個數	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0
5 元的個數	0	1	0	1	2	3	0	1	0	1
1 元的個數	6	1	17	12	7	2	7	2	18	13
湊成的錢數	16	16	17	17	17	17	17	17	18	18

10 元的個數	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
5 元的個數	2	3	0	1	0	1	2	3	0	1
1 元的個數	8	3	8	3	19	14	9	4	9	4
湊成的錢數	18	18	18	18	19	19	19	19	19	19

表二

20－24

10 元的個數	0	0	0	0	0	1	1	1	2	0
5 元的個數	0	1	2	3	4	0	1	2	0	0
1 元的個數	20	15	10	5	0	10	5	0	0	21
湊成的錢數	20	20	20	20	20	20	20	20	20	21

10 元的個數	0	0	0	0	1	1	1	2	0	0
5 元的個數	1	2	3	4	0	1	2	0	0	1
1 元的個數	16	11	6	1	11	6	1	1	22	17
湊成的錢數	21	21	21	21	21	21	21	21	22	22

10 元的個數	0	0	0	1	1	1	2	0	0	0
5 元的個數	2	3	4	0	1	2	0	0	1	2
1 元的個數	12	7	2	12	7	2	2	23	18	13
湊成的錢數	22	22	22	22	22	22	22	23	23	23

10 元的個數	0	0	1	1	1	2	0	0	0	0
5 元的個數	3	4	0	1	2	0	0	1	2	3
1 元的個數	9	3	13	8	3	3	24	19	14	9
湊成的錢數	23	23	23	23	23	23	24	24	24	24

10 元的個數	0	1	1	1	2					
5 元的個數	4	0	1	2	0					
1 元的個數	4	14	9	4	4					
湊成的錢數	24	24	24	24	24					

2、由表一和表二我們發現：用 1 元、5 元或 10 元的硬幣湊成 10 元－14 元的方法數相同，15 元－19 元的方法數相同，20 元－24 元的方法數相同，以此類推。

3、因為 10 元－14 元的方法數相同，因此用 10 元代表 10 元－14 元，15 元代表 15 元－19 元，20 元代表 20 元－24 元，以此類推。

4、把 10 元到 45 元的方法數列成下表　　（如表三、表四）

表三

錢　　數	10 元	10 元		
10 元的個數	0 個	1 個		
用 5 元或 1 元湊成的方法數	3	1		
總　　數	3＋1＝4			

錢　　數	15 元	15 元		
10 元的個數	0 個	1 個		
用 5 元或 1 元湊成的方法數	4	2		
總　　數	4＋2＝6			

錢　　數	20 元	20 元	20 元	
10 元的個數	0 個	1 個	2 個	
用 5 元或 1 元湊成的方法數	5	3	1	
總　　數	5＋3＋1＝9			

錢　　數	25 元	25 元	25 元	
10 元的個數	0 個	1 個	2 個	
用 5 元或 1 元湊成的方法數	6	4	2	
總　　數	6＋4＋2＝12			

表四

錢　　數	30 元	30 元	30 元	30 元
10 元的個數	0 個	1 個	2 個	3 個
用 5 元或 1 元湊成的方法數	7	5	3	1
總　　數	7＋5＋3＋1＝16			

錢　　數	35 元	35 元	35 元	35 元
10 元的個數	0 個	1 個	2 個	3 個
用 5 元或 1 元湊成的方法數	8	6	4	2
總　　數	8＋6＋4＋2＝20			

錢　　數	40 元	40 元	40 元	40 元	40 元
10 元的個數	0 個	1 個	2 個	3 個	4 個
用 5 元或 1 元湊成的方法數	9	7	5	3	1
總　　數	9＋7＋5＋3＋1＝25				

錢　　數	45 元	45 元	45 元	45 元	45 元
10 元的個數	0 個	1 個	2 個	3 個	4 個
用 5 元或 1 元湊成的方法數	10	8	6	4	2
總　　數	10＋8＋6＋4＋2＝30				

5、分析整理表三、表四中的規律。

湊成 10 元－14 元的方法數	3＋1＝（3＋1）×2÷2＝	2×2
湊成 15 元－19 元的方法數	4＋2＝（4＋2）×2÷2＝	2×3
湊成 20 元－24 元的方法數	5＋3＋1＝（5＋1）×3÷2＝	3×3
湊成 25 元－29 元的方法數	6＋4＋2＝（6＋2）×3÷2＝	3×4
湊成 30 元－34 元的方法數	7＋5＋3＋1＝（7＋1）×4÷2＝	4×4
湊成 35 元－39 元的方法數	8＋6＋4＋2＝（8＋2）×4÷2＝	4×5
湊成 40 元－44 元的方法數	9＋7＋5＋3＋1＝（9＋1）×5÷2＝	5×5
湊成 45 元－49 元的方法數	10＋8＋6＋4＋2＝（10＋2）×5÷2＝	5×6

6、由上述表格我們的發現：

（1）湊成 10 元－14 元 、20 元－24 元、30 元－34 元的方法數都是由奇數相加的和。湊成 15 元－19 元、25 元－29 元、35 元－39 元的方法數都是由偶數相加的和。

（2）10 元－14 元由奇數相加 3＋1 的形式稱為奇數列。
15 元－19 元由偶數相加 4＋2 的形式稱為偶數列。

（3）由梯形公式求方法數總和時，發現奇數列的和都為 A×A 的形式，偶數列的和都為 A×（A＋1）的形式。

【研習二】用 1 元、5 元或 10 元的硬幣湊成某錢時，是否能找到有規律，簡便的算法求其方法數？

「方法一」判斷湊成錢數的方法數是屬於奇數列或偶數列？

1、用 1 元或 5 元湊成 10 元－14 元的方法數：

方法為 10÷5＝2　　2＋1＝3（3 種)。用 1 元、5 元或 10 元湊成 10 元－14 元的方法數，當 10 元的個數為 0 個時，此時就如用 1 元或 5 元湊成一樣，方法數為 3 種，3 為奇數所以方法數的總和為奇數列，

其形式為 3＋1＝4，共有 4 種。

2、同理 1，當 10 元的個數為 0 個時，其方法數為 6，6 為偶數，其方法數的總和為偶數列，其形式為 6＋4＋2＝12，

共有 12 種。

（舉例）用 1 元、5 元或 10 元湊成 27 元，有幾種湊法？

（解題）當 10 元為 0 個時，27÷5＝5….2　5＋1＝6，6 為偶數，其方法數總和：6＋4＋2＝12，答案為 12 種。

「方法二」分析 A 和錢數的關係

1、

10 元－14 元總方法數	2×2	15 元－19 元總方法數	2×3
20 元－24 元總方法數	3×3	25 元－29 元總方法數	3×4
30 元－34 元總方法數	4×4	35 元－39 元總方法數	4×5
40 元－44 元總方法數	5×5	45 元－49 元總方法數	5×6
50 元－54 元總方法數	6×6	55 元－59 元總方法數	6×7

2、分析上表我們發現「公式法」：

錢數÷10＝B……C　　　　　　A＝B＋1

（1）$0 \leq C \leq 4$　　→ 總方法數為 A×A

（2）$5 \leq C \leq 9$　　→ 總方法數為 A×（A＋1）

3、用 1 元、5 元或 10 元的硬幣湊成 150 元，有（256）種湊法。

（解題） 150÷10＝15……0　　15＋1＝16

16×16＝256

【研習三】任意一組郵票無法組合成的郵資有哪些？如何找到不能組成郵資的最大數字？

1、先假設兩種郵票 A 元、B 元的面額互質時，同學分工合作，把可以組合的郵資和無法組合成的郵資紀錄下來。如表七、表八、表九

（1）用 3 元和 8 元的郵票，不能湊成的郵資 （表七）

3 元的張數			1			2		0
8 元的張數			0			0		1
湊成的郵資	1	2	3	4	5	6	7	8

3 元的張數	3		1	4		2	5	0
8 元的張數	0		1	0		1	0	2
湊成的郵資	9	10	11	12	13	14	15	16

（2）用 4 元和 9 元的郵票，不能湊成的郵資 （表八）

4 元的張數				1				2
9 元的張數				0				0
湊成的郵資	1	2	3	4	5	6	7	8

4 元的張數	0			3	1			4
9 元的張數	1			0	1			0
湊成的郵資	9	10	11	12	13	14	15	16

4 元的張數	2	0		5	3	1		6
9 元的張數	1	2		0	1	2		0
湊成的郵資	17	18	19	20	21	22	23	24

4 元的張數	4	2	0	7	5	3	1	8
9 元的張數	1	2	3	0	1	2	3	0
湊成的郵資	25	26	27	28	29	30	31	32

（3）用 5 元和 11 元的郵票，不能湊成的郵資 （表九）

5 元的張數					1			
11 元的張數					0			
湊成的郵資	1	2	3	4	5	6	7	8

5 元的張數		2	0				3	1
11 元的張數		0	1				0	1
湊成的郵資	9	10	11	12	13	14	15	16

5 元的張數				4	2	0		
11 元的張數				0	1	2		
湊成的郵資	17	18	19	20	21	22	23	24

5 元的張數	5	3	1			6	4	2
11 元的張數	0	1	2			0	1	2
湊成的郵資	25	26	27	28	29	30	31	32

5 元的張數	0		7	5	3	1		8
11 元的張數	3		0	1	2	3		0
湊成的郵資	33	34	35	36	37	38	39	40

2、整理表七、表八、表九，列出用 A 元和 B 元的郵票無法組合成的郵資，及不能組成郵資的最大數字。先討論(A、B）=1

郵票面額	無法組成的郵資	無法組成郵資的最大數字
2 元、3 元	1 元	1
2 元、5 元	1、3 元	3
2 元、7 元	1、3、5 元	5
2 元、9 元	1、3、5、7 元	7
3 元、4 元	1、2、5 元	5
3 元、5 元	1、2、4、7 元	7
3 元、7 元	1、2、4、5、8、11 元	11
3 元、8 元	1、2、4、5、7、10、13 元	13
4 元、5 元	1、2、3、6、7、11 元	11
4 元、7 元	1、2、3、5、6、9、10、13、17 元	17
4 元、9 元	1、2、3、5、6、7、10、11、14、15、19、23 元	23
5 元、6 元	1、2、3、4、7、8、9、13、14、19 元	19
5 元、7 元	1、2、3、4、6、8、9、11、13、16 18、23 元	23
5 元、8 元	1、2、3、4、6、7、9、11、12、14 17、19、22、27 元	27
5 元、9 元	1、2、3、4、6、7、8、11、12、13、16、17、21、22、26、31 元	31
5 元、11 元	1、2、3、4、6、7、8、9、12、13、14、17、18、19、23、24、28、29、34、39 元	39

3、由上表我們發現：

如果兩數互質，則幾乎可組成大部分的數字，而不能組成的數字為有限個，有些不規則的跳動。

4、我們先用 4 元和 9 元為例：

無法用 4 元，9 元的郵票組合成的郵資有 11 個為：

【 1、2、3、5、6、7、10、11、14、15、19、23 元 】

先將所有的整數成四類，分別為除以 4 整除、餘 1、餘 2、餘 3，而無法組合成的郵資用$\boxed{\text{數字}}$表示。

整除的：【4、8、12、16、20、24、28、32、***36***、40……】所有數字都可用 4 組成。

餘 1 的：【$\boxed{1}$、$\boxed{5}$、***9***、13、17、21、25、29、33、37、41……】

所有餘 1 的數都可表示成 4k+1，k=0、1、2、3、4……

$4k+1=4\times(k-2)+4\times2+1=4\times(k-2)+9\times1$，所以當 $k\geq2$ 時可用 4、9 組成。

餘 2 的：【$\boxed{2}$、$\boxed{6}$、$\boxed{10}$、$\boxed{14}$、***18***、22、26、30、34、38、42……】

所有餘 2 的數都可表示成 4k+2，k=0、1、2、3、4……

$4k+2=4\times(k-4)+4\times4+2=4\times(k-4)+9\times2$，所以當 $k\geq4$ 時可用 4、9 組成。

餘 3 的：【$\boxed{3}$、$\boxed{7}$、$\boxed{11}$、$\boxed{15}$、$\boxed{19}$、$\boxed{23}$、**27**、31、35、39、43……】

所有餘 3 的數都可表示成 4k+3，k=0、1、2、3、4……

$4k+3=4\times(k-6)+4\times6+3=4\times(k-6)+9\times3$，所以當 $k\geq6$ 時可用 4、9 組成。

所以可知 4 元、9 元不能組成郵資的最大數字是 23。

5、我們的發現：

（1）由一些例子後發現 A、B 兩數若（A，B）＝1，假設 4 元和 9 元為例 4＜9，將所有整數以 4 來分類，可分為整除（4×k）、餘 1（4×k+1）、餘 2（4×k+2）、餘 3（4×k+3），共分為 4 類。又（4，9）=1，因此不能組合成的數是有限個，所以每一類中都會出現 9 的倍數，而每一類中也都會有一個最小的 9 的倍數，其中 9 的 4 倍（36）剛好出現在整除類也就是 4×K 類中，而其他 9 的 1 倍（9）、9 的 2 倍（18）、9 的 3 倍（27）平均分散到其他有餘數的 3 類中。

在這些除以 4 有餘數的 3 類中，各類可用 4、9 組合成的數都可表示成以 9 的 1、2、3 倍為首項，4 為公差的等差數列，而這幾個首項中最大的是 3×9=27，而以這個數 27 所在的數列中的前一個數 27-4=23，就是 4、9 不能組成的最大數，

也就是（4-1）×9-4=4×9－4－9。

（2）若（A，B）＝1，A＜B，B×（A-1）這個數所在的數列中的前一個數，就是 A、B 不能組成的最大數，也就是(A-1)×B-A=A×B－B－A。

（3)這些除以 A 有餘數的 A-1 類中，分散至各類 B 的 1、2、3、……、（A-1）倍數所成的數字之前各數的集合就是 A、B 無法組合的數。

【研習四】5 元、11 元的郵票，則從 1 元到 200 元的郵資中，有哪些郵資是無法用 5 元、11 元的郵票組合成？

1、(5，11）＝1，所以由上面推論可知 5 元和 11 元無法組成的郵資為有限個，且無法組成郵資的最大數是 **5×11－5－11＝39。**

2、把數成五類，分別為除以 5 整除、餘 1、餘 2、餘 3、餘 4

3、除以 5 整除的所有數都可以用 5 組成。

4、除以 5 餘 1、餘 2、餘 3、餘 4 的數列中，把第一個 11 的倍數圈起來，如 **11，22，33，44**，每一個數列中 **11，22，33，44** 前面的數都無法用 5 和 11 組合成的。

除以 5 餘 1：【$\boxed{1}$、$\boxed{6}$、**11**……】

除以 5 餘 2：【$\boxed{2}$、$\boxed{7}$、$\boxed{12}$、$\boxed{17}$、**22**……】

除以 5 餘 3：【$\boxed{3}$、$\boxed{8}$、$\boxed{13}$、$\boxed{18}$、$\boxed{23}$、$\boxed{28}$、**33**……】

除以 5 餘 4：【$\boxed{4}$、$\boxed{9}$、$\boxed{14}$、$\boxed{19}$、$\boxed{24}$、$\boxed{29}$、$\boxed{34}$、$\boxed{39}$、**44**……】

除以 5 整除；【5、10、15、20、25、30、35、40、45、50、55……】

5、所以無法用 5 元、11 元的郵票組合成的郵資有 20 個為：

【1、2、3、4、6、7、8、9、12、13、14、17、18、19、23、24、28、29、34、39】，且最大為 39。

6、設計一個「5-11 創意市集」

有虛擬貨幣 5 元，11 元，每人的帳戶裡有 5 元，11 元可以無限取用，在這個市集只能用虛擬貨幣 5 元，11 元來交易。由上述可知，市集的物品如果標價 40 元以上都可以用 5 元和 11 元組合，未滿 40 元的有 5，10，11，15，16，20，21，22，25，26，27，30，31，32，33，35，36，37，38，可以用 5 元和 11 元組合。

五、研究結果與討論

（一）用 1 元、5 元或 10 元湊成錢數，發現：10 元－14 元湊成的方法數相同，15 元－19 元湊成的方法數相同，以此類推。

（二）用 1 元、5 元或 10 元湊成某錢數，有幾種湊法？

我們找到有規律的數列法和簡便的公式法。

1、 數列法

錢數÷5＝a……c　　b＝a＋1

（1）如果 b 是奇數　⇒則由 b 開始往下累加所有的奇數到 1

b＋（b－2）＋（b－4）＋……＋3＋1　（奇數列）

（2）如果 b 是偶數　⇒則由 b 開始往下累加所有的偶數到 2

b＋（b－2）＋（b－4）＋……＋4＋2　（偶數列）

2、 公式法：利用梯形公式求數列總和而導出來的。

錢數÷10＝B……C　　　A＝B＋1

（1）0≤C≤4　→ 總方法數為 A×A

（2）5 ≤C≤9　→ 總方法數為 A×（A＋1）

3、舉例：用 1 元、5 元或 10 元的硬幣湊成 92 元，107 元，有幾種湊法？

◎ 湊成 92 元

（1） 數列法

92÷5＝18……2　18＋1＝19

19＋17＋15＋……＋3＋1＝10×10＝100

用 1 元、5 元或 10 元的硬幣湊成 92 元，總方法數為 100 種。

◎ 湊成 107 元

（2）公式法

107÷10＝10……7　5≤7≤9

10＋1＝11　　11×12＝132（採的 A×（A＋1）公式）

用 1 元、5 元或 10 元的硬幣湊成 107 元，總方法數為 132 種。

（三）假設（A，B）＝1，A＜B，用 A 元和 B 元的郵票，不能湊成的郵資為有限個。A、B 不能湊成的最大數為 A×B－A－B。

（四）有哪些郵資是無法用 5 元、11 元的郵票組合成的，

1、把數成五類，分別為除以 5 整除、餘 1、餘 2、餘 3、餘 4

2、除以 5 整除的所有數都可以用 5 組成。

3、除以 5 餘 1、餘 2、餘 3、餘 4 的數列中，把第一個 11 的倍數圈起來，如 **11，22，33，44**，每一個數列中 **11，22，33，44** 前面的數都無法用 5 和 11 組合成的。

除以 5 餘 1：【$\boxed{1}$、$\boxed{6}$、**11**……】

除以 5 餘 2：【$\boxed{2}$、$\boxed{7}$、$\boxed{12}$、$\boxed{17}$、**22**……】

除以 5 餘 3：【$\boxed{3}$、$\boxed{8}$、$\boxed{13}$、$\boxed{18}$、$\boxed{23}$、$\boxed{28}$、**33**……】

除以 5 餘 4：【$\boxed{4}$、$\boxed{9}$、$\boxed{14}$、$\boxed{19}$、$\boxed{24}$、$\boxed{29}$、$\boxed{34}$、$\boxed{39}$、**44**……】

除以 5 整除；【5、10、15、20、25、30、35、40、45……】

4、所以無法用 5 元、11 元的郵票組合成的郵資有 20 個為：【1、2、3、4、6、7、8、9、12、13、14、17、18、19、23、24、28、29、34、39】，且最大為 39

5、（5，11）＝1，5、11 不能湊成的最大數為 5×11－5－11=39

（五）設計一個「5-11 創意市集」

1、「5-11 創意市集」的商品都只能用 5 元和 11 元的虛擬貨幣交易，每人的帳戶裡有 5 元，11 元可以無限取用，由上述可知，市集的物品如果標價 40 元以上都可以用 5 元和 11 元組合，未滿 40 元的有 5，10，11，15，16，20，21，22，25，26，27，30，31，32，33，35，36，37，38，可以用 5 元和 11 元組合。

六、 評鑑與檢討：上述每一階段的省思與收穫

（一）在研習一，用 1 元、5 元或 10 元的硬幣湊成某錢數時，大家能分工合作，每個人負責一些數字（錢數），也能彼此互相檢驗表格的正確性。順利完成有規律的「數列法」及簡便的「公式法」。

（二）如果再增加一種硬幣 50 元，用 1 元、5 元、10 元或 50 元的硬幣湊成某錢數時，是否也能找到有規律及簡便的算法？

（三）在研習三的過程中，我們發現可以很快的將一個數分解成兩個互質數的倍數組合，

我們用 4 元和 9 元郵組成票 57 元和 150 元郵資為例：

先用 4 來分類

$57=4\times14+1$（餘 1 類），餘 1 類中 9 的最小倍數是 9，所以

$57=57-9+9=48+9=4\times12+9\times1$。

$150=4\times37+2$（餘 2 類），餘 2 類中 9 的最小倍數是 18，所以

$150=150-18+18=132+18=4\times33+9\times2$。

$4\times X+9\times Y=57$，快速求得 X、Y 的一組解

（四）在「5-11 創意市集」買 56 元的商品，能快速地完成交易，5 元用 9 張，11 元用 1 張。

「解題」

$56=5\times11+1$（餘 1 類），餘 1 類中 11 的最小倍數是 11，所以

$56=56-11+11=45+11=\boxed{5}\times9+\boxed{11}\times1$

(附件)七、參考資料

(一) 第22屆全國科展數學科國小組:有趣的湊錢法

(二) 第 46 屆全國科展數學科國小組:錢幣變臉秀

(三) 第40屆全國科展數學科國小組:解開難題的鑰匙

(四) 南一書局(2019)。國民小學數學五上課本。台南市:南一

(五) 王登傳(民 82)。國民小學數學遊戲第 8 冊。高雄市:勝友出版社。